

## Frazioni

**Argomenti:** Operazioni sulle frazioni

**Difficoltà:** ★

**Tempo richiesto:** ★★

Completare la seguente tabella:

$a$	$b$	$a + b$	$a \cdot b$	$\frac{a}{b}$	$\frac{a}{a+b}$
$1/3$	$1/2$				
$1/3$		$1/2$			
$1/3$			$1/2$		
$1/3$				$1/2$	
$1/3$					$1/2$
$1/2$	3				
2	$1/3$				
	2	3			
	2		3		
	2			3	
	2				$1/3$
		$1/2$			$1/3$
		$1/3$			$1/2$
$3/2$					$2/3$
		$1/3$		$1/2$	
		$2/3$	$1/9$		

# Preliminari 1

**Argomenti:** Operazioni algebriche tra interi, disuguaglianze

**Difficoltà:** \*\*

**Tempo richiesto:** \*\*

- Dire se le seguenti proposizioni sono vere o false:

Proposizione	Vera	Falsa
$7 \geq 5$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$1999 \geq 1999$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$-1999 < -2000$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $x > 0$ , allora $x^2 > 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $x^2 > 0$ , allora $x > 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $x \geq 3$ , allora $x^2 > 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $x > 3$ , allora $x^2 \geq 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $x < 3$ , allora $x^2 < 9$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$x^2 \geq 0$ per ogni numero reale $x$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Esiste un numero reale $x$ tale che $x^2 \leq 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- Calcolare i seguenti numeri:

$$98789 + 87899 + 78998 + 89987 + 99878 = \boxed{\phantom{0000000000}}$$

$$111111111 - 98765432 + \sqrt{784} = \boxed{\phantom{0000000000}}$$

$$2804 \cdot 5079 = \boxed{\phantom{0000000000}}$$

$$1999 : 32 = \boxed{\phantom{00}}, \boxed{\phantom{000000}}$$

- Semplificare le seguenti espressioni:

$$1 + \frac{2}{3 + \frac{4}{5 + \frac{6}{7}}} = \frac{\boxed{\phantom{0000}}}{\boxed{\phantom{0000}}}$$

$$-\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{5} : \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{7}\right) = \frac{\boxed{\phantom{0000}}}{\boxed{\phantom{0000}}}$$

## Preliminari 2

**Argomenti:** Disuguaglianze, equazioni e sistemi, manipolazioni algebriche

**Difficoltà:** ★★

**Tempo richiesto:** ★★

- Dire se le seguenti proposizioni sono vere o false:

Proposizione	Vera	Falsa
L'espressione $8 : 0$ rappresenta un numero reale	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
L'espressione $0 : 8$ rappresenta un numero reale	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
L'equazione $x + 1 = 2x + 3 - x$ non ha soluzioni reali	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
L'equazione $3 + x - 2 = 2x + 1 - x$ non ha soluzioni reali	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Il sistema $2x + 4y = 5, 3x + 6y = 7$ non ha soluzioni reali	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Il sistema $2x + 4y = 1, 3x + 6y = 3/2$ non ha soluzioni reali	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Il sistema $2x + 4y = 1, 3x + 4y = 3/2$ ha infinite soluzioni reali	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $a > b$ , allora $a + c > b + c$ per ogni $c \in \mathbb{R}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $a > b$ , allora $a \cdot c > b \cdot c$ per ogni $c \in \mathbb{R}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $a > b > 0$ , allora $a \cdot c > b \cdot c$ per ogni $c \in \mathbb{R}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $a > b$ , allora $a \cdot c > b \cdot c$ per ogni $c > 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$(\sqrt[6]{9} + \sqrt[6]{8}) \cdot (\sqrt[6]{9} - \sqrt[6]{8}) = 1$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- Calcolare i seguenti numeri:

centomiliardidiecimilacento –  
 novemiliardinovantamilioninovecentomilanovecento =

$$2^{3^2} - 2^{2^3} - 3^{2^2} = \quad \boxed{\quad \quad \quad}$$

$$2^{3^2} - (2^2)^3 - 2^2 \cdot 2^3 = \quad \boxed{\quad \quad \quad}$$

- Uno studente, dopo aver sostenuto tre esami, ha la media del 27. Al quarto esame lo studente prende 23. Quale sarà la sua media dopo il quarto esame?

media =

## Preliminari 3

**Argomenti:** Disuguaglianze, uso di “per ogni” ed “esiste”

**Difficoltà:** ★★

**Tempo richiesto:** ★

- Dire se le seguenti proposizioni sono vere o false:

Proposizione	Vera	Falsa
$-0,\overline{005} > -0,00\overline{5}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$1/200 > 0,00\overline{5}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\sqrt{15} - 4 > -8^{-1}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $x < y$ , allora $x + 2 < y + 2$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $x < y$ , allora $2x < 2y$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $x < y$ , allora $x < 2y$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $x < y$ , allora $-2x < -2y$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $x < y$ , allora $x^2 < y^2$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $x < y$ , allora $x^{2000} < y^{2000}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $x < y$ , allora $x^{2001} < y^{2001}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $x < 0 < y < z$ , allora $xz < yz$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$(a + b)^2 = a^2 + b^2$ per ogni $a, b \in \mathbb{R}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Esistono $a, b \in \mathbb{R}$ tali che $(a + b)^2 = a^2 + b^2$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$(a + b)^{-1} = a^{-1} + b^{-1}$ per ogni $a, b > 0$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Esistono $a, b > 0$ tali che $(a + b)^{-1} = a^{-1} + b^{-1}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $a^b = b^a$ , allora $a = b$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

# Radicali

**Argomenti:** Radicali e potenze frazionarie

**Difficoltà:** \*\*\*

**Tempo richiesto:** \*\*\*

Trovare i valori di  $a$  che rendono vere le seguenti uguaglianze:

Uguaglianza	Valore di $a$	Uguaglianza	Valore di $a$
$\sqrt{a} = 2$		$\sqrt[a]{9} = 3$	
$\sqrt[a]{16} = 2$		$\sqrt[a]{16} = 4$	
$\sqrt[4]{a} = 3$		$a^{1/2} = 5$	
$a^{3/2} = 27$		$a^{-1/2} = 1/4$	
$2^{-a} = 1/8$		$8^a = 4$	
$\sqrt[a]{16} = 8$		$2^{20} - 2^{19} = 2^a$	
$\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{a}$		$\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} = \sqrt{a}$	
$\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt[a]{6}$		$\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt[4]{a}$	
$\sqrt{\sqrt{2}} = \sqrt[a]{2}$		$\sqrt{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[a]{2}$	
$\sqrt[3]{\sqrt{27}} = \sqrt{a}$		$\sqrt{\sqrt{2}} = \sqrt[8]{a}$	
$\sqrt{2\sqrt{2}} = \sqrt[a]{8}$		$\sqrt{4\sqrt{2}} = \sqrt{2^a}$	
$\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{2} = 2^a$		$\sqrt[6]{8} = \sqrt[a]{4}$	
$\sqrt[a]{2} \cdot \sqrt[3]{2} = 2$		$\sqrt[3]{2} : \sqrt[6]{a} = 2^{-1}$	
$\sqrt{3\sqrt{2\sqrt{3}}} = \sqrt[8]{a}$		$\sqrt{2} \cdot \sqrt[a]{4} = 2$	
$\sqrt{2} + \sqrt{2} = a\sqrt{2}$		$\sqrt{2} + \sqrt{2} = \sqrt{a}$	
$\sqrt{8} \cdot \sqrt[3]{2^a} \cdot \sqrt[4]{8} = 8$		$\sqrt{32} - \sqrt{2} = \sqrt{a}$	

# Polinomi 1

**Argomenti:** Operazioni algebriche tra polinomi

**Difficoltà:** ★★

**Tempo richiesto:** ★

Calcolare il grado, il termine noto ed i coefficienti di  $x$ ,  $x^2$  e  $x^3$  nei seguenti polinomi:

Polinomio	Grado	Coeff. $x^3$	Coeff. $x^2$	Coeff. $x$	Coeff. $x^0$
$(x + 2) + (x - 2)$					
$(x + 2) \cdot (x - 2)$					
$(x + 2)^2$					
$(x + 2)^3$					
$(x + 2)^4$					
$(3x^2 + 2x + 1) \cdot (6x + 1)$					
$(x + 1) \cdot (x + 2) \cdot (x + 3)$					
$(x - 1) \cdot (x + 2) \cdot (x - 3)$					
$(x + 1) \cdot (x + 2) + x + 3$					
$(x^2 + x + 1) \cdot (x^2 - x + 1)$					
$(x + 2)^2 + (x - 2)^2$					
$(x + 2)^2 - (x - 2)^3$					
$(x^2 + 3x + 2)^3$					
$x \cdot (x + 1)^{100}$					
$(3x^2 + 4x)^{90}$					
$(x^3 + 1)^{14}$					

## Polinomi 2

**Argomenti:** Divisione tra polinomi

**Difficoltà:** ★★

**Tempo richiesto:** ★★

Calcolare quoziente e resto nelle seguenti divisioni di polinomi:

Dividendo	Divisore	Quoziente	Resto
$x^2 - 1$	$x + 1$		
$x^4 - 1$	$x + 1$		
$x^4 + 1$	$x^2 - 1$		
$x^3 + 1$	$x + 1$		
$x^3 + 1$	$x - 1$		
$x^3 - 1$	$x - 1$		
$x^4 - 1$	$x - 1$		
$x^5 + 1$	$x + 1$		
$x^5 + 1$	$x^3 + 1$		
$x^5 + 1$	$x^3 + 2x^2$		
$2x^5 + 1$	$x^2 - x + 1$		
$x^6 - 1$	$x - 1$		
$x^6 - 1$	$x^2 - 1$		
$x^6 - 1$	$x^3 - 1$		
$x^5 + x^3 + 3$	$x^3 - 2x^2$		
$3x^6 + 2x^4$	$x^3 - 3x^2$		

# Equazioni 1

**Argomenti:** Equazioni polinomiali

**Difficoltà:** ★★

**Tempo richiesto:** ★★

Per ciascuna delle seguenti equazioni, determinare il numero di soluzioni *reali distinte* (mettendo 0 se non ci sono soluzioni e  $\infty$  se le soluzioni sono infinite). Nel caso in cui ci sia un numero finito di soluzioni reali, indicare in ordine crescente le 4 soluzioni piú piccole:

Equazione	Sol.	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
$x + 3 = 0$					
$-x - 3 = 0$					
$2x - 8 = 0$					
$2x^2 - 8x = 0$					
$2x^2 - 8 = 0$					
$x^2 - 7x + 12 = 0$					
$2x^2 + 5x - 3 = 0$					
$-4x^2 + 12x - 9 = 0$					
$x^2 - 4x + 1999 = 0$					
$x^2 - x + 1 = 0$					
$x^4 - 5x^2 + 4 = 0$					
$x^4 - 5x^2 + 6 = 0$					
$x^4 - 5x^2 + 7 = 0$					
$x^4 + 3x^2 - 4 = 0$					
$x^4 - 3x^2 = 0$					
$x^4 - 4x^2 + 4 = 0$					

## Equazioni 2

**Argomenti:** Equazioni polinomiali, ricerca di radici razionali

**Difficoltà:** ★★★

**Tempo richiesto:** ★★★

Per ciascuna delle seguenti equazioni, determinare il numero di soluzioni *reali distinte* (mettendo 0 se non ci sono soluzioni e  $\infty$  se le soluzioni sono infinite). Nel caso in cui ci sia un numero finito di soluzioni reali, indicare in ordine crescente le 4 soluzioni piú piccole:

Equazione	Sol.	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
$x^4 + 4x^2 + 4 = 0$					
$(x^4 + 1)(x^2 + 2x) = 0$					
$(x^2 - 3x + 2)(x^2 - 5x + 6) = 0$					
$x^6 + 3x^3 - 4 = 0$					
$x^4 + 5x^2 + 6 = 0$					
$x^6 + 5x^3 + 6 = 0$					
$x^3 - 2x^2 + x = 0$					
$x^3 - 2x + 1 = 0$					
$x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0$					
$3x^3 - 5x^2 + 7x + 3 = 0$					
$18x^4 - 45x^3 + 16x^2 + 5x - 2 = 0$					
$(x - 1)^2 + (x - 2)^4 + (x - 3)^6 = 0$					
$x^{2000} + x^{1000} - 2 = 0$					
$x^{100} + x^2 + 1 = 0$					
$x^4 - x^3 + 1 = 0$					
$x^5 - x^3 + x + 1 = 0$					

# Disequazioni 1

**Argomenti:** Disequazioni di primo e secondo grado

**Difficoltà:** ★      **Tempo richiesto:** ★

Risolvere le seguenti disequazioni:

Disequazione	Soluzione	Disequazione	Soluzione
$3x \geq 6$		$x^2 + 4x + 4 \geq 0$	
$3x < 6$		$x^2 + 4x + 4 > 0$	
$3x \leq -6$		$x^2 + 4x + 4 < 0$	
$3x > -6$		$x^2 + 4x + 4 \leq 0$	
$-3x > -6$		$-x^2 + 6x - 9 \geq 0$	
$-3x \leq -6$		$-x^2 + 6x - 9 > 0$	
$6 - 3x \geq 0$		$-x^2 + 6x - 9 < 0$	
$3x - 6 < 0$		$-x^2 + 6x - 9 \leq 0$	
$x^2 - 4x + 3 \geq 0$		$x^2 - 4x + 5 \geq 0$	
$x^2 - 4x + 3 > 0$		$x^2 - 4x + 5 > 0$	
$x^2 - 4x + 3 < 0$		$x^2 - 4x + 5 < 0$	
$x^2 - 4x + 3 \leq 0$		$x^2 - 4x + 5 \leq 0$	
$-x^2 + 2x + 3 \geq 0$		$-x^2 + 2x - 3 \geq 0$	
$-x^2 + 2x + 3 > 0$		$-x^2 + 2x - 3 > 0$	
$-x^2 + 2x + 3 < 0$		$-x^2 + 2x - 3 < 0$	
$-x^2 + 2x + 3 \leq 0$		$-x^2 + 2x - 3 \leq 0$	

## Disequazioni 2

**Argomenti:** Disequazioni con prodotti e quozienti

**Difficoltà:** ★★

**Tempo richiesto:** ★★

Risolvere le seguenti disequazioni o sistemi di disequazioni:

Disequazione	Soluzione
$x^2 - 2x - 3 > 0$	
$x^2 - 6x + 5 \leq 0$	
$(x^2 - 2x - 3)(x^2 - 6x + 5) \geq 0$	
$(x^2 - 2x - 3)(x^2 - 6x + 5) > 0$	
$(x^2 - 2x - 3)(x^2 - 6x + 5) < 0$	
$(x^2 - 2x - 3)(x^2 - 6x + 5) \leq 0$	
$\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 6x + 5} \geq 0$	
$\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 6x + 5} > 0$	
$\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 6x + 5} < 0$	
$\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 6x + 5} \leq 0$	
$(x^2 - 2x - 3)^{1999}(x^2 - 6x + 5)^{2000} \geq 0$	
$(x^2 - 2x - 3)^{2000}(x^2 - 6x + 5)^{1999} \leq 0$	
$\frac{(x^2 - 6x + 5)^{1999}}{(x^2 - 2x - 3)^{2000}} \geq 0$	
$\begin{cases} x^2 - 2x - 3 \geq 0 \\ x^2 - 6x + 5 < 0 \end{cases}$	
$\begin{cases} x^2 - 2x - 3 < 0 \\ x^2 - 6x + 5 > 0 \end{cases}$	
$\begin{cases} (x^2 - 2x - 3)^2(x^2 - 6x + 5) \geq 0 \\ (x^2 - 2x - 3)(x^2 - 6x + 5)^2 \leq 0 \end{cases}$	

## Disequazioni 3

**Argomenti:** Disequazioni con prodotti e quozienti

**Difficoltà:** ★★★

**Tempo richiesto:** ★★★

Risolvere le seguenti disequazioni o sistemi di disequazioni:

Disequazione	Soluzione
$(x + 1)(x + 2)(x + 3) \leq 0$	
$(x + 1)(x + 2)^{20}(x + 3) > 0$	
$(x + 1)(x + 2)^2(x + 3) \geq 0$	
$(x^2 + 2)(x^4 + 4)(x^8 + 8) \leq 0$	
$(x + 2)(x^4 + 4)(x + 8) < 0$	
$x^4 - 3x^2 + 4 > 0$	
$x^4 - 5x^2 + 4 > 0$	
$\frac{x^4 + 2x^2 + 1}{x^4 - 2x^2 + 1} \geq 0$	
$\frac{x^4 + 2x^2 + 1}{x^4 - 2x^2 + 1} \leq 0$	
$ x + 1 (x + 2) > 0$	
$ x + 1 (x + 2) \leq 0$	
$\sqrt{(x + 1)(x + 2)} \geq 0$	
$\sqrt{(x + 1)(x + 2)} \leq 0$	
$\sqrt{ x + 1  \cdot  x + 2 } \geq 0$	
$\begin{cases}  x + 1 (x + 3) \geq 0 \\ (x + 1) x + 3  \geq 0 \end{cases}$	
$\begin{cases}  x + 1  > 0 \\ x^2 + 2x < 0 \\ (2x + 3)^{19} > 0 \end{cases}$	

## Equazioni 3

**Argomenti:** Equazioni con radici e valori assoluti

**Difficoltà:** \*\*\*

**Tempo richiesto:** \*\*\*

Per ciascuna delle seguenti equazioni, determinare il numero di soluzioni *reali distinte* (mettendo 0 se non ci sono soluzioni e  $\infty$  se le soluzioni sono infinite). Nel caso in cui ci sia un numero finito di soluzioni reali, indicare in ordine crescente le 4 soluzioni piú piccole:

Equazione	Sol.	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
$\sqrt{x+1} = 9$					
$\sqrt{x+1} = -9$					
$ x+1  = 3$					
$ x^2 - 1  = 10$					
$ x^2 - 10  = 1$					
$ x - 1  = -3$					
$ x^2 - 5x + 5  = 1$					
$\sqrt{x^2 - 5x + 5} = 1$					
$\sqrt{x+14} = x+2$					
$\sqrt{x+14} = -x-2$					
$\sqrt{x+14} =  x+2 $					
$\sqrt{x+14} =  x +2$					
$ x+2  +  x+4  = 2$					
$ x+2  +  x+4  = 6$					
$ x+1  + \sqrt{x-1} = 0$					
$2 x  +  x+2  = x+6$					

## Equazioni 4

**Argomenti:** Equazioni con radici e valori assoluti**Difficoltà:** ★★★**Tempo richiesto:** ★★★

Per ciascuna delle seguenti equazioni, determinare il numero di soluzioni *reali* distinte (mettendo 0 se non ci sono soluzioni e  $\infty$  se le soluzioni sono infinite). Nel caso in cui ci sia un numero finito di soluzioni reali, indicare in ordine crescente le 4 soluzioni piú piccole:

Equazione	Sol.	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
$\sqrt{x-8} = 3$					
$\sqrt[3]{x-8} = 3$					
$\sqrt[4]{x-8} = 3$					
$ x-8  = 3$					
$ x-8  = 0$					
$\sqrt{x+6} = x$					
$\sqrt{x+6} = -x$					
$\sqrt{x^2+4} = x+2$					
$ x-8  = x$					
$ x^2-26  = 10$					
$ x+1  +  2x+3  = 4x+8$					
$ x+1  +  2x+3  + x = 0$					
$ x+1  +  2x+3  = x+2$					
$\sqrt{x+1} =  x-1 $					
$ x-\sqrt{x}  = 2$					
$\sqrt{x+3} = \sqrt[3]{3x+5}$					

## Disequazioni 4

**Argomenti:** Disequazioni con radici e valori assoluti

**Difficoltà:** \*\*\*

**Tempo richiesto:** \*\*\*

Risolvere le seguenti disequazioni:

Disequazione	Soluzione
$\sqrt{x+1} \geq 9$	
$\sqrt{x+1} < 9$	
$\sqrt[3]{x+1} < 9$	
$ x+1  > 3$	
$ x+1  < 3$	
$ x^2 - 10  \leq 1$	
$ x^2 - 10  < 10$	
$ x^2 - 10  < 11$	
$ x^2 + 10  \leq 10$	
$ x^2 + 10  \leq 11$	
$ x  +  2x + 1  \geq 7$	
$\sqrt{x} < x - 2$	
$\sqrt{x} <  x - 2 $	
$\sqrt{x+1} > 2x - 4$	
$ x^2 - 5x + 6  \leq x^2 - 5x + 6$	
$\sqrt{x+1} - \sqrt{x+4} <  x  + \sqrt{x}$	

## Disequazioni 5

**Argomenti:** Disequazioni con radici e valori assoluti

**Difficoltà:** ★★ ★

**Tempo richiesto:** ★★ ★

Risolvere le seguenti disequazioni:

Disequazione	Soluzione
$\sqrt{x+1} \geq 2$	
$\sqrt{x+1} < 2$	
$\sqrt[3]{x+1} \geq 2$	
$\sqrt[4]{x+1} \geq -2$	
$ x-1  \geq 1$	
$ x-1  \leq 1$	
$ x^2-3  < 1$	
$\sqrt{2x+3} + x > 0$	
$\sqrt{2x+3} + x < 0$	
$ 2x-5  + x < 0$	
$\sqrt{2x-1} \geq x$	
$  x -3  < 2$	
$ x+2  +  x^2-1  \geq 3$	
$\sqrt{x} + \sqrt{x+1} \geq 1$	
$ x^4 + 3\sqrt{ x -1}  \geq -1$	
$\sqrt{x^2-1} +  x-2  \leq 1$	

## Potenze e logaritmi

**Argomenti:** Operazioni algebriche con esponenziali e logaritmi

**Difficoltà:** ★★★

**Tempo richiesto:** ★★★

Trovare i valori di  $a$  che rendono vere le seguenti uguaglianze:

Uguaglianza	Valore di $a$	Uguaglianza	Valore di $a$
$\log_2 16 = a$		$\log_2 a = 3$	
$\log_a 4 = 2$		$\log_3 2^4 = a \cdot \log_3 2$	
$\log_3 \sqrt{2} = a \cdot \log_3 2$		$\log_2(8 \cdot 16 \cdot 64) = a$	
$\log_3 20 + \log_3 4 = \log_3 a$		$\log_3 20 - \log_3 4 = \log_3 a$	
$\log_5 3 - \log_5 2 = \log_5 a$		$\log_2 4 \cdot \log_2 8 = \log_2 a$	
$2^{\log_2 a} = 9$		$\log_2 2^a = 9$	
$2^{\log_4 a} = 9$		$\log_2 4^a = 9$	
$2^{\log_a 3} = 2$		$\log_2(\log_3 a) = 2$	
$\log_3 9 = \log_2 a$		$\log_3 9 = \log_a 25$	
$\log_3 \sqrt{2} = a \cdot \log_3 4$		$\log_5 3^{1000} = \log_{25} a^{1000}$	
$\log_{125} 64 = \log_5 a$		$\log_7 2^{1000} = \log_{49} 2^a$	
$\log_7 13 \cdot \log_5 7 = \log_5 a$		$\log_7 3 \cdot \log_8 49 = \log_2 a$	
$2^8 + 2^{20} = 2^8(1 + 2^a)$		$(2^5 + 2^7)^2 = 2^{10} + 4^7 + 2^a$	
$\sqrt[3]{13\sqrt{13}} : \sqrt[4]{13\sqrt[5]{13}} = 13^a$		$(5 + 1)^{20} = 5^{20}(1 + 5^a)^{20}$	
$\sqrt[6]{13} + \sqrt[7]{13} = \sqrt[7]{13}(\sqrt[6]{13} + 1)$		$\sqrt{7^4 + 7^5} = 49\sqrt{1 + 7^a}$	
$\sqrt[3]{\sqrt{2} + \sqrt[3]{2}} = \sqrt[6]{2}\sqrt[3]{1 + 2^a}$		$\sqrt[3]{\sqrt{2} + \sqrt{3}} = \sqrt[6]{2}\sqrt[3]{1 + \sqrt{a}}$	

## Equazioni 5

**Argomenti:** Equazioni con esponenziali e logaritmi

**Difficoltà:** ★★★

**Tempo richiesto:** ★★★

Per ciascuna delle seguenti equazioni, determinare il numero di soluzioni *reali distinte* (mettendo 0 se non ci sono soluzioni e  $\infty$  se le soluzioni sono infinite). Nel caso in cui ci sia un numero finito di soluzioni reali, indicare in ordine crescente le 4 soluzioni piú piccole:

Equazione	Sol.	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
$2^x = 3$					
$(2^x)^2 = 3$					
$2^{x^2} = 3$					
$4 \cdot 2^{x^2} = 8^x$					
$3 \cdot 2^{x^2} = 1$					
$4^x - 2^{x+2} + 3 = 0$					
$2^x = 3^x$					
$\log_2(x - 1) = 5$					
$\log_2(x - 1) + \log_2(x + 1) = 3$					
$\log_x 3 = 9$					
$\log_3 x^2 = 4$					
$3 \log_3 x + 2 \log_3 x^2 = 21$					
$(\log_2(x + 2))^2 + 3 \log_2(x + 2) = 4$					
$\log_2 \sqrt{x} \cdot \log_2 \sqrt[4]{x} = 2^{-1}$					
$  x  - 1  = \sqrt{x + 1}$					
$\log_2 x = \log_4 6x$					

## Disequazioni 6

**Argomenti:** Disequazioni con esponenziali e logaritmi

**Difficoltà:** \*\*\*

**Tempo richiesto:** \*\*

Risolvere le seguenti disequazioni:

Disequazione	Soluzione
$3^x \geq 2$	
$3^{ x } \leq 2$	
$3^{x^2} < 9$	
$3^{x+3} > 3$	
$\log_3(x+3) > 0$	
$\log_3 x+3  > 0$	
$\log_3(x+3) \leq 0$	
$\log_3 x+3  \leq 0$	
$\log_2(2x-4) > 3$	
$\log_2(2x-4) \leq 3$	
$\sqrt{\log_4 x} < 2$	
$2 \log_4 x < 1$	
$\log_4 x^2 < 1$	
$2 \log_4  x  < 1$	
$\log_3(\sqrt{x}+3) < 1$	
$\log_x 2 \geq 1$	

## Disequazioni 7

**Argomenti:** Disequazioni con esponenziali e logaritmi

**Difficoltà:** ★★ ★

**Tempo richiesto:** ★★ ★

Risolvere le seguenti disequazioni:

Disequazione	Soluzione
$(3^{x+3} - 3)(x + 3) \geq 0$	
$(x + 4) \log_2(x + 2) > 0$	
$4^{x+1} \cdot 4^{x^2+3} \cdot 4^{x-2} \geq 16$	
$3^x + 9^x > 6$	
$4^x - 5 \cdot 2^x + 4 \leq 0$	
$4^x - 3 \cdot 2^x - 4 \leq 0$	
$4 \cdot 9^x + 5 \cdot 3^{x+1} \leq 4$	
$\log_2^2 x + \log_2 \sqrt[4]{x^{15}} - 1 \geq 0$	
$\log_5(x^2 - 3x) \leq \log_5 2 + 1$	
$\log_2(x + \sqrt{x}) < 1$	
$\log_2(3 \cdot 4^x) - 5x \geq 0$	
$\frac{2^x - 4}{4^x - 2} < 1$	
$ \log_2 x  +  \log_4 x + 5  < 8$	
$\left  2^{ \log_2 x^2 + 2 } - 1 \right  > 15$	
$ x - 3 ^{(x^2 - 4x + 3)} < 1$	
$\log_5(\sqrt{4-x} - 2^x) > 0$	

# Trigonometria

**Argomenti:** Funzioni trigonometriche elementari, archi notevoli, archi associati

**Difficoltà:** ★

**Tempo richiesto:** ★★

Completare le seguenti tabelle:

$x$	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$
$120^\circ$			
$210^\circ$			
$240^\circ$			
$330^\circ$			
$15^\circ$			
$-75^\circ$			
$540^\circ$			
$2010^\circ$			

$x$	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$
$3\pi/4$			
$5\pi/6$			
$-\pi/3$			
$4\pi/3$			
$-3\pi/4$			
$7\pi/12$			
$-11\pi/4$			
$-1999\pi/6$			

$x$	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$
$\pi + \alpha$			
$\pi - \alpha$			
$\pi/2 + \alpha$			
$\pi/2 - \alpha$			
$2\pi + \alpha$			
$2\pi - \alpha$			
$3\pi/2 + \alpha$			
$3\pi/2 - \alpha$			

$x$	$2 \sin x$	$2 \cos x$
$\pi/4 + \alpha$		
$\pi/4 - \alpha$		
$\pi/3 + \alpha$		
$\pi/3 - \alpha$		
$\pi/6 + \alpha$		
$\pi/6 - \alpha$		
$2\pi/3 + \alpha$		
$2\pi/3 - \alpha$		

## Equazioni 6

**Argomenti:** Equazioni trigonometriche**Difficoltà:** ★★★**Tempo richiesto:** ★★★

Per ciascuna delle seguenti equazioni, determinare il numero di soluzioni *reali distinte* negli intervalli indicati (mettendo 0 se non ci sono soluzioni e  $\infty$  se le soluzioni sono infinite). Nel caso in cui ci sia un numero finito di soluzioni reali, indicare in ordine crescente le 4 soluzioni piú piccole:

Equazione	Limit.	Sol.	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
$\cos x = 0$	$[0, 3\pi]$					
$\cos x = -1/2$	$[0, 2\pi]$					
$\sin x = 1/2$	$[0, 2\pi]$					
$\tan x = \sqrt{3}$	$[0, 2\pi]$					
$\sin x = -\sqrt{3}/2$	$[0, 4\pi]$					
$\cos x = \sin x$	$[0, 2\pi]$					
$\sin x \cdot \cos x = 1$	$[2\pi, 4\pi]$					
$4 \cos^2 x = 3$	$[0, 2\pi]$					
$\cos^3 x = \cos x$	$[0, 2\pi]$					
$2 \cos^2 x + 5 \sin x = 4$	$[-2\pi, 0]$					
$1 + (2/\sqrt{3}) \sin x \cos x = 2 \cos^2 x$	$[0, 2\pi]$					
$3 \sin^4 x + \cos^4 x = \sin^2 2x$	$[0, 2\pi]$					
$\cos^4 x + \sin^2 x = 2 \cos 2x - 1$	$[0, 2\pi]$					
$2(\sin x + \cos x) = \sqrt{6}$	$[0, 3\pi]$					
$\cos x = \sin 3x$	$[0, 2\pi]$					
$\cos 3x = 3x^2 + 1$	$\mathbb{R}$					

## Disequazioni 8

**Argomenti:** Disequazioni trigonometriche

**Difficoltà:** ★★★

**Tempo richiesto:** ★★★★★

Trovare le soluzioni, contenute nell'intervallo  $[0, 2\pi]$ , delle seguenti disequazioni:

Disequazione	Soluzione
$\sin x > 0$	
$2 \cos x < 1$	
$\tan x < \sqrt{3}$	
$2 \sin x > 1$	
$4 \cos^2 x < 3$	
$4 \sin^2 x > 3$	
$\tan^2 x \geq \tan x$	
$\tan x \geq \sin 2x$	
$\sin^4 x - 6 \sin^2 x + 5 > 0$	
$3 \leq \cos 2x + 5 \sin x$	
$2(\cos x - 1) \leq \sin^2 x$	
$\cos x < \sin 2x$	
$\cos x + \sin x < 1$	
$\cos x < \cos 1$	
$\sin x + \sin 2x + \sin 3x \geq 0$	
$\sin x \geq \sin(2x + 1)$	

## Uso della calcolatrice

**Argomenti:** Calcolo approssimato di espressioni, risoluzione di triangoli

**Difficoltà:** ★★★

**Tempo richiesto:** ★★★

- Calcolare i valori del parametro  $a$  che verificano le seguenti condizioni (nella risposta si riportino i valori approssimati alla quarta cifra decimale più vicina):

Condizione	Valore di $a$	Condizione	Valore di $a$
$5a^2 = 12, a > 0$		$4a^5 = 9$	
$a = \pi^2 - 2^\pi$		$3^a = \pi$	
$\pi a + 9 = \pi^2 - \sqrt{2}a$		$a^2 - \pi a - 2 = 0, a > 0$	
$a = \sin 1$		$a = \sin 1^\circ$	
$a^{70} = 2001$		$\sqrt[5]{a^7} = 2001$	
$4^a \cdot 5^{a+1} = 1999$		$20^a = 19^{a+1}$	
$\sqrt{\log_2 a} = \pi$		$a \cdot 2000^{1001} = 2001^{1000}$	
$3 \sin a = 1, a \in [0, \pi/2]$		$3 \sin a = 1, a \in [\pi/2, \pi]$	

- In un triangolo  $ABC$  si ha che  $AB = 5, BC = 7, AC = 9$ . Determinare (approssimando alla quarta cifra o al secondo più vicino):

l'area del triangolo	<input type="text"/> , <input type="text"/>
la misura dell'angolo $\hat{A}$	<input type="text"/> ° <input type="text"/> ' <input type="text"/> ''
la misura dell'angolo $\hat{B}$	<input type="text"/> ° <input type="text"/> ' <input type="text"/> ''
la lunghezza della bisettrice $AK$	<input type="text"/> , <input type="text"/>

- In un quadrilatero non intrecciato  $ABCD$  si ha che  $AB = 10, \hat{CBA} = 70^\circ, \hat{DBA} = 40^\circ, \hat{BAD} = 100^\circ, \hat{CAB} = 50^\circ$ . Determinare (approssimando come sopra):

la lunghezza del lato $AD$	<input type="text"/> , <input type="text"/>
la lunghezza della diagonale $AC$	<input type="text"/> , <input type="text"/>
la misura del lato $CD$	<input type="text"/> , <input type="text"/>
la misura dell'angolo $\hat{BCD}$	<input type="text"/> ° <input type="text"/> ' <input type="text"/> ''

## Risoluzione di triangoli

**Argomenti:** Risoluzione di triangoli

**Difficoltà:** ★★★

**Tempo richiesto:** ★★★★★

Completare la seguente tabella, tenendo conto che  $ABC$  è un triangolo rettangolo in  $A$  e che  $AH$  è una sua altezza (si indichino le lunghezze approssimate alla quarta cifra decimale più vicina, e si indichino gli angoli in gradi sessagesimali approssimati al primo più vicino):

$AB$	$AC$	$BC$	$\hat{B}$	$\hat{C}$	$AH$
3	4				
	12	13			
		15	$30^\circ$		
	16		$45^\circ$		
20			$60^\circ$		
20				$60^\circ$	
	30				10
			$40^\circ$		40

Completare la seguente tabella, dove  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  indicano gli angoli opposti ai lati  $a$ ,  $b$  e  $c$  di un triangolo (si usino le approssimazioni come nel punto precedente):

$a$	$b$	$c$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	Area
7	6	5				
4	3	2				
3	4				$60^\circ$	
3	4				$150^\circ$	
5			$120^\circ$		$40^\circ$	
		7	$70^\circ$			5
			$30^\circ$	$40^\circ$	$110^\circ$	8
5	9			$130^\circ$		

## Proposizioni

**Argomenti:** Funzioni crescenti e decrescenti

**Difficoltà:** ★★★

**Tempo richiesto:** ★★

Dire se le seguenti proposizioni sono vere o false:

Proposizione	Vera	Falsa
Se $a > b$ , allora $a^3 > b^3$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $a > b$ , allora $a^4 > b^4$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $a^5 > b^5$ , allora $a > b$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $a^6 > b^6$ , allora $a > b$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $a > b$ , allora $2^a > 2^b$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $a > b$ , allora $2^{-a} > 2^{-b}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $a > b$ , allora $2^{-a} < 2^{-b}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $3^a > 3^b$ , allora $a > b$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $a > b > 0$ , allora $\log_2 a > \log_2 b$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $\log_2 a > \log_2 b$ , allora $a > b$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $a < b < 0$ , allora $a^{2000} < b^{2000}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $a < b < 0$ , allora $a^{2000} > b^{2000}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $a > b$ , allora $\sin a > \sin b$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $\sin a > \sin b$ , allora $a > b$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $0 < a < b < \pi$ , allora $\cos a > \cos b$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Se $0 < a, b < 1$ e $\sin a < \sin b$ , allora $a < b$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

## Disequazioni 9

**Argomenti:** Disequazioni miste

**Difficoltà:** ★★★★★

**Tempo richiesto:** ★★★★★

Risolvere le seguenti disequazioni (per quelle che contengono almeno una funzione trigonometrica si indichino solo le soluzioni contenute in  $[0, 2\pi]$ ):

Disequazione	Soluzione
$\cos^2 x + \sin x > 1$	
$ x + 1  +  2x + 3  +  x + 2  < 10$	
$\frac{\log_{15}(x + 2)}{x^2 + 3x} > 0$	
$\frac{\log_{15}  x + 2 }{x^2 + 3x} > 0$	
$\frac{2 \cos x + 1}{2 \sin x - 1} < 1$	
$\sqrt{9^x - 5} < 5 - 3^x$	
$\log_2  \sin x + \sqrt{3} \cos x + 4  \leq 5$	
$\log_2  \sin x + \sqrt{3} \cos x  \leq 5$	
$\sqrt{1 - \sin^2 x} \leq \cos x$	
$ x ^{x^2-1} \leq 1$	
$\log_{ \sin 2x }  \cos x  \leq 1$	
$2^{ \sqrt{2} \sin x - \sqrt{\cos 2x} } \leq \log_2 4$	
$\sin(\cos x) + \cos(\sin x) > \log_{\sqrt{3}} \pi$	
$\cos^{1999} x + \sin^{1999} x \geq 1$	
$2(\cos x + \sin x) < 3 + 2^x$	
$\log_2(\sin  x ) + 2 >  \log_2(\cos x) $	

## Geometria analitica

**Argomenti:** Equazioni di rette, circonferenze, parabole nel piano cartesiano

**Difficoltà:** ★★★

**Tempo richiesto:** ★★★

- Completare la seguente tabella, sapendo che  $r$  è la retta per  $C$  parallela alla retta  $AB$ ,  $s$  è la retta per  $C$  perpendicolare alla retta  $AB$ ,  $d$  è la distanza tra  $C$  e la retta  $AB$ :

A	B	C	r	s	d
(1, 2)	(2, 0)	(0, 0)			
(0, 0)	(1, 2)	(2, 0)			
(-1, -1)	(-1, 1)	(1, 1)			
(-2, 1)	(0, 0)		$2y + x = 1$	$y - 2x = 3$	

- Completare la seguente tabella, sapendo che  $\gamma$  è la circonferenza di centro  $C$  e raggio  $r$ , tangente nel punto  $P$  alla retta  $s$ :

$\gamma$	C	r	P	s
$x^2 + y^2 = 5$			(2, 1)	
$x^2 + y^2 - 2x - 3y = 0$				$2x + 3y = 0$
	(2, 1)		(4, 3)	
	(1, 0)			$x + y = 0$

- Determinare (se esistono) i valori del parametro  $a$  per cui valgono le seguenti proprietà:

Proprietà	Valori di $a$
La retta $ax + 3y + 2 = 0$ passa per il punto (1, 1)	
La retta $ax + 3y + 2 = 0$ è parallela alla retta $y = 2x$	
La retta $ax + 3y + 2 = 0$ è perpendicolare alla retta $y = 2x$	
La parabola $y = ax^2 + ax + 1$ è tangente all'asse $x$	
La retta $ax + 3y + 2 = 0$ è tangente alla parabola $y = x^2 - 10$	
La retta $ax + 3y + 2 = 0$ e la circonferenza $5x^2 + 5y^2 = 2a$ sono tangenti	
Le circonferenze $x^2 + y^2 = 1$ e $x^2 + y^2 - 2x - a = 0$ sono tangenti	
La distanza tra il punto (3, -1) e la circonferenza $x^2 + y^2 + 2x - 4y = a$ è 2	

## Insiemi del piano 1

**Argomenti:** Sottoinsiemi del piano cartesiano descritti mediante sistemi di disequazioni

**Difficoltà:** ★★ ★★

**Tempo richiesto:** ★★ ★★

Considerare gli insiemi costituiti dai punti del piano che verificano la condizione data nella prima colonna. Dire poi se tali insiemi: intersecano la retta  $x = -2$ , intersecano la retta  $y = 2$ , intersecano ogni parallela all'asse  $x$ , intersecano ogni parallela all'asse  $y$ , il loro bordo contiene dei tratti rettilinei, il loro bordo contiene dei tratti curvilinei.

Condizione	$x = -2$		$y = 2$		asse $x$		asse $y$		rett.		curv.	
	Si	No										
$x + y \geq 0$	<input type="checkbox"/>											
$x - y \leq 0$	<input type="checkbox"/>											
$3 \leq x + y \leq 5$	<input type="checkbox"/>											
$xy \geq 0$	<input type="checkbox"/>											
$x^2 - x \geq 0$	<input type="checkbox"/>											
$ x  \leq 5$	<input type="checkbox"/>											
$ x  \leq 5,  y  \leq 3$	<input type="checkbox"/>											
$x + y \geq 0, x - y \leq 3$	<input type="checkbox"/>											
$x^2 + y^2 \geq 8$	<input type="checkbox"/>											
$x^2 + y^2 \leq 8$	<input type="checkbox"/>											
$x^2 - y^2 \leq 0$	<input type="checkbox"/>											
$xy \geq 1$	<input type="checkbox"/>											
$y - x^2 \geq 0$	<input type="checkbox"/>											
$y +  x  \leq 0$	<input type="checkbox"/>											
$x \geq 0, y \geq 0, xy \leq 1$	<input type="checkbox"/>											
$0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq x^2$	<input type="checkbox"/>											

## Insiemi del piano 2

**Argomenti:** Sottoinsiemi del piano cartesiano descritti mediante sistemi di disequazioni

**Difficoltà:** ★★★★★

**Tempo richiesto:** ★★★★★

Considerare gli insiemi costituiti dai punti del piano che verificano la condizione data nella prima colonna. Dire poi se tali insiemi: intersecano la retta  $x = -2$ , intersecano la retta  $y = 2$ , intersecano ogni parallela all'asse  $x$ , intersecano ogni parallela all'asse  $y$ , il loro bordo contiene dei tratti rettilinei, il loro bordo contiene dei tratti curvilinei.

Condizione	$x = -2$		$y = 2$		asse $x$		asse $y$		rett.		curv.	
	Si	No										
$xy(x^2 + y^2 - 1) \leq 0$	<input type="checkbox"/>											
$x^2 - 3x + 2 \leq 0, y^2 - 4 \leq 0$	<input type="checkbox"/>											
$\sin x - y \leq 0$	<input type="checkbox"/>											
$ x  \leq y \leq 8$	<input type="checkbox"/>											
$ y  \leq x \leq 8$	<input type="checkbox"/>											
$x \leq  y  \leq 8$	<input type="checkbox"/>											
$x^2 - y^2 \leq 0, y^2 - 4y \leq 0$	<input type="checkbox"/>											
$ x  +  y  \leq 4$	<input type="checkbox"/>											
$ x  + 2 y  \leq 4$	<input type="checkbox"/>											
$ x  -  y  \leq 4$	<input type="checkbox"/>											
$x^2 + y^2 \leq 1, x + y^2 \geq 0$	<input type="checkbox"/>											
$ x  +  y  \leq 4, x^2 + y^2 \leq 9$	<input type="checkbox"/>											
$x^2 - 2x + y^2 \leq 0$	<input type="checkbox"/>											
$x^2 - 2 x  + y^2 \leq 0$	<input type="checkbox"/>											
$x - y +  x  \geq 0, x^2 - y \leq 0$	<input type="checkbox"/>											
$ y  +  x + 2  +  x - 2  \leq 6$	<input type="checkbox"/>											

# Dimostrazioni 1

**Argomenti:** Logica elementare

**Difficoltà:** ★★

**Tempo richiesto:** ★

Determinare se i 16 ragionamenti presentati sono corretti (in tal caso segnare “OK”) oppure no (in tal caso segnare “NO”). Si intende che non solo deve essere corretta l’affermazione, ma anche la motivazione data deve essere *corretta e completa*.

Nei punti successivi, con il termine “numero” si intende un intero positivo.

- L’enunciato “tutti i numeri dispari  $\geq 3$  sono primi”

è vero: infatti 3 è primo, 5 è primo, 7 è primo, e così via	OK	NO
è falso: infatti 2 è un numero primo, ma non è dispari	OK	NO
è falso: infatti $63 = 7 \cdot 9$ è dispari ma non primo	OK	NO
è falso: infatti se $p$ è dispari, il suo quadrato $p^2$ è dispari ma non primo	OK	NO
è vero: infatti i pari $\geq 3$ non sono primi in quanto 2 è un loro divisore proprio	OK	NO

- L’enunciato “tutti i numeri primi  $\geq 3$  sono dispari”

è vero: infatti 3 è dispari, 5 è dispari, 7 è dispari, e così via	OK	NO
è vero: infatti i pari $\geq 3$ non sono primi in quanto 2 è un loro divisore proprio	OK	NO
è falso: infatti $15 = 3 \cdot 5$ è dispari ma non primo	OK	NO
è falso: infatti 2 è un numero primo, ma non è dispari	OK	NO

- L’enunciato “il quadrato di un numero dispari, diviso per 8, dà come resto 1”

è vero: basta provare con $3^2, 5^2, 7^2, 9^2$ e così via	OK	NO
è falso: infatti $(2n + 1)^2 = 4n^2 + 4n + 1 = 4(n^2 + n) + 1$ e dunque è uguale ad 1 il resto della divisione per 4 e non quello della divisione per 8	OK	NO
è vero: infatti $(4n + 1)^2 = 16n^2 + 8n + 1 = 8(2n^2 + n) + 1$	OK	NO

- Il docente di Matematica I sostiene che tutti gli studenti pendolari prendono 30 al suo esame. Il corso è frequentato da molti studenti pendolari, tra cui Massimo, e molti studenti non pendolari, tra cui Marina. Al termine degli esami, l’affermazione del docente risulterà sicuramente

vera se Massimo prende 28 e Marina prende 30	OK	NO
vera se Massimo prende 30 e Marina prende 28	OK	NO
falsa se Massimo prende 28 e Marina prende 30	OK	NO
falsa se Massimo prende 30 e Marina prende 28	OK	NO

## Dimostrazioni 2

**Argomenti:** Logica elementare

**Difficoltà:** ★★

**Tempo richiesto:** ★

Determinare se i 16 ragionamenti presentati sono corretti (in tal caso segnare “OK”) oppure no (in tal caso segnare “NO”). Si intende che non solo deve essere corretta l’affermazione, ma anche la motivazione data deve essere *corretta e completa*.

Nei punti successivi, con il termine “numero” si intende un intero positivo.

- L’enunciato “la somma di due numeri dispari è dispari”

è vero: infatti $2n + (2m + 1) = 2(n + m) + 1$	OK	NO
è falso: basta considerare l’esempio $3 + 5 = 8$	OK	NO
è falso: infatti $(2n + 1) + (2m + 1) = 2(n + m + 1)$ , dunque la somma di due numeri dispari è sempre pari	OK	NO
è falso: basta considerare l’esempio $3 + 6 = 9$	OK	NO

- L’enunciato “il prodotto di due numeri pari è pari”

è falso: infatti $4 \cdot 7 = 28$ è pari anche se i due fattori non sono entrambi pari	OK	NO
è falso: infatti il prodotto di due numeri pari è sempre divisibile per 4	OK	NO
è vero: infatti $(2n) \cdot (2m) = 4nm = 2(2nm)$	OK	NO
è vero: infatti il prodotto di due numeri dispari è sempre dispari	OK	NO

- L’enunciato “il quadrato di un numero pari è divisibile per 4”

è vero: infatti per esempio $6^2 = 36$ e 36 è divisibile per 4	OK	NO
è falso: infatti 20 è divisibile per 4, ma non è il quadrato di nessun intero	OK	NO
è vero: infatti $(2n)^2 = 4n^2$	OK	NO
è falso: infatti $12^2 = 144 = 16 \cdot 9$ è divisibile per 16	OK	NO

- L’enunciato “ $2^{10000} > 10^{3000}$ ”

è vero: infatti l’esponente del 2 è molto più grande dell’esponente del 10	OK	NO
è falso: infatti la base della prima potenza è 1/5 della base della seconda potenza, mentre l’esponente è meno del quadruplo	OK	NO
non può essere deciso se non con una macchina in grado di svolgere i calcoli senza dare “overflow”	OK	NO
è vero: infatti $2^{10000} = (2^{10})^{1000} = 1024^{1000} > 1000^{1000} = 10^{3000}$	OK	NO

## Dimostrazioni 3

**Argomenti:** Logica elementare

**Difficoltà:** ★★★

**Tempo richiesto:** ★

Determinare se le 16 deduzioni presentate sono corrette (in tal caso segnare “OK”) oppure no (in tal caso segnare “NO”).

Nei punti successivi, con il termine “numero” si intende un intero positivo.

- Nel 2069 è stata data la definizione di “numero simpatico” ed è stato congetturato che “tutti i numeri simpatici sono pari”.

Tale congettura risulterà sicuramente

Deduzione	OK	NO
vera se qualcuno dimostrerà che 2002 è simpatico	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
vera se qualcuno dimostrerà che 2002 non è simpatico	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
falsa se qualcuno dimostrerà che 2002 è simpatico	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
falsa se qualcuno dimostrerà che 2002 non è simpatico	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
vera se qualcuno dimostrerà che 2003 è simpatico	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
vera se qualcuno dimostrerà che 2003 non è simpatico	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
falsa se qualcuno dimostrerà che 2003 è simpatico	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
falsa se qualcuno dimostrerà che 2003 non è simpatico	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- Nei dieci anni successivi non ci sono stati progressi sulla congettura precedente. Tuttavia nel 2079 è stato congetturato che “un numero è simpatico se e solo se è pari”.

Tale congettura risulterà sicuramente

Deduzione	OK	NO
vera se qualcuno dimostrerà che 2002 è simpatico	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
vera se qualcuno dimostrerà che 2002 non è simpatico	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
falsa se qualcuno dimostrerà che 2002 è simpatico	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
falsa se qualcuno dimostrerà che 2002 non è simpatico	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
vera se qualcuno dimostrerà che 2003 è simpatico	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
vera se qualcuno dimostrerà che 2003 non è simpatico	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
falsa se qualcuno dimostrerà che 2003 è simpatico	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
falsa se qualcuno dimostrerà che 2003 non è simpatico	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

## Dimostrazioni 4

**Argomenti:** Logica elementare

**Difficoltà:** ★★ ★

**Tempo richiesto:** ★

Determinare se le 16 deduzioni presentate sono corrette (in tal caso segnare “OK”) oppure no (in tal caso segnare “NO”).

Nei punti successivi, con il termine “numero” si intende un intero positivo.

- Nel 2047 è stata data la definizione di “numero osceno” e di “numero smodato”. Nel 2048 è stato dimostrato che tutti i numeri smodati sono osceni, che il numero 22004488 è osceno, e che il numero 22004499 è smodato.

Sulla base di queste sole informazioni è possibile dedurre che di sicuro

Deduzione	OK	NO
il numero 22004488 è smodato	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
il numero 22004499 è osceno	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
esistono dei numeri pari smodati	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
esistono dei numeri pari osceni	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
l’enunciato “tutti i numeri osceni sono pari” è falso	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
l’enunciato “tutti i numeri smodati sono dispari” è falso	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
l’enunciato “tutti i numeri osceni sono smodati” è falso	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
l’enunciato “tutti i numeri osceni sono smodati” è vero	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- Nel 2050 è stato poi dimostrato che “tutti i numeri pari sono smodati” e che “tutti i numeri dispari sono osceni”.

Sulla base di questa ulteriore informazione (e delle precedenti) è possibile dedurre che di sicuro

Deduzione	OK	NO
il numero 22004488 è smodato	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
esistono due numeri smodati la cui differenza è 27	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
il numero 22004477 è osceno	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
l’enunciato “esistono infiniti numeri osceni” è vero	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
l’enunciato “esistono infiniti numeri non smodati” è vero	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
l’enunciato “esistono infiniti numeri non smodati” è falso	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
l’enunciato “tutti i numeri smodati sono pari” è falso	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
l’enunciato “tutti i numeri sono osceni” è vero	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

## Test n. 1 – 2 – 3

Frazioni					
$a$	$b$	$a + b$	$a \cdot b$	$\frac{a}{b}$	$\frac{a}{a+b}$
1/3	1/2	5/6	1/6	2/3	2/5
1/3	1/6	1/2	1/18	2	2/3
1/3	3/2	11/6	1/2	2/9	2/11
1/3	2/3	1	2/9	1/2	1/3
1/3	1/3	2/3	1/9	1	1/2
1/2	3	7/2	3/2	1/6	1/7
2	1/3	7/3	2/3	6	6/7
1	2	3	2	1/2	1/3
3/2	2	7/2	3	3/4	3/7
6	2	8	12	3	3/4
1	2	3	2	1/2	1/3
1/6	1/3	1/2	1/18	1/2	1/3
1/6	1/6	1/3	1/36	1	1/2
3/2	3/4	9/4	9/8	2	2/3
1/9	2/9	1/3	2/81	1/2	1/3
1/3	1/3	2/3	1/9	1	1/2

Preliminari 1
V
V
F
V
F
V
V
F
V
V
F
V
V
455551
12345707
14241516
62,46875
233/151
983/120

Preliminari 2	
F	
V	
V	
F	
V	
F	
V	
F	
F	
V	
F	
F	
V	
F	
90.909.109.200	
175	416
26	

## Test n. 4 – 5 – 6

Preliminari 3	Radicali		Polinomi 1				
V	4	2	1	0	0	2	0
F	4	2	2	0	1	0	-4
F	81	25	2	0	1	4	4
V	9	16	3	1	6	12	8
V	3	$2/3$	4	8	24	32	16
F	$4/3$	19	3	18	15	8	1
F	4	10	3	1	6	11	6
F	2	36	3	1	-2	-5	6
F	4	6	2	0	1	4	5
V	3	4	4	0	1	0	1
V	4	$5/2$	2	0	2	0	8
F	$13/12$	4	3	-1	7	-8	12
V	$3/2$	256	6	63	66	36	8
F	972	4	101	4950	100	1	0
F	2	8	180	0	0	0	0
F	$9/4$	18	42	14	0	0	1

## Test n. 7 – 8

Polinomi 2	
Quoziente	Resto
$x - 1$	0
$x^3 - x^2 + x - 1$	0
$x^2 + 1$	2
$x^2 - x + 1$	0
$x^2 + x + 1$	2
$x^2 + x + 1$	0
$x^3 + x^2 + x + 1$	0
$x^4 - x^3 + x^2 - x + 1$	0
$x^2$	$-x^2 + 1$
$x^2 - 2x + 4$	$-8x^2 + 1$
$2x^3 + 2x^2 - 2$	$-2x + 3$
$x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$	0
$x^4 + x^2 + 1$	0
$x^3 + 1$	0
$x^2 + 2x + 5$	$10x^2 + 3$
$3x^3 + 9x^2 + 29x + 87$	$261x^2$

Equazioni 1				
Sol.	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
1	-3			
1	-3			
1	4			
2	0	4		
2	-2	2		
2	3	4		
2	-3	1/2		
1	3/2			
0				
0				
4	-2	-1	1	2
4	$-\sqrt{3}$	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$
0				
2	-1	1		
3	$-\sqrt{3}$	0	$\sqrt{3}$	
2	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$		

Test n. 9 – 10

Equazioni 2				
Sol.	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
0				
2	-2	0		
3	1	2	3	
2	$-\sqrt[3]{4}$	1		
0				
2	$-\sqrt[3]{3}$	$-\sqrt[3]{2}$		
2	0	1		
3	$(-1 - \sqrt{5})/2$	$(-1 + \sqrt{5})/2$	1	
3	-1	2	3	
1	$-1/3$			
4	$-1/3$	$1/3$	$1/2$	2
0				
2	-1	1		
0				
0				
1	-1			

Disequazioni 1	
$[2, +\infty[$	$\mathbb{R}$
$] - \infty, 2[$	$\mathbb{R} \setminus \{-2\}$
$] - \infty, -2]$	$\emptyset$
$] - 2, +\infty[$	$\{-2\}$
$] - \infty, 2[$	$\{3\}$
$[2, +\infty[$	$\emptyset$
$] - \infty, 2]$	$\mathbb{R} \setminus \{3\}$
$] - \infty, 2[$	$\mathbb{R}$
$] - \infty, 1] \cup [3, +\infty[$	$\mathbb{R}$
$] - \infty, 1[ \cup ]3, +\infty[$	$\mathbb{R}$
$]1, 3[$	$\emptyset$
$[1, 3]$	$\emptyset$
$[-1, 3]$	$\emptyset$
$] - 1, 3[$	$\emptyset$
$] - \infty, -1[ \cup ]3, +\infty[$	$\mathbb{R}$
$] - \infty, -1] \cup [3, +\infty[$	$\mathbb{R}$

## Test n. 11 – 12

Disequazioni 2	Disequazioni 3
$] - \infty, -1[ \cup ] 3, +\infty[$	$] - \infty, -3] \cup [-2, -1]$
$[1, 5]$	$] - \infty, -3[ \cup ] - 1, +\infty[$
$] - \infty, -1] \cup [1, 3] \cup [5, +\infty[$	$] - \infty, -3] \cup \{-2\} \cup [-1, +\infty[$
$] - \infty, -1[ \cup ] 1, 3[ \cup ] 5, +\infty[$	$\emptyset$
$] - 1, 1[ \cup ] 3, 5[$	$] - 8, -2[$
$[-1, 1] \cup [3, 5]$	$\mathbb{R}$
$] - \infty, -1] \cup [1, 3] \cup [5, +\infty[$	$] - \infty, -2[ \cup ] - 1, 1[ \cup ] 2, +\infty[$
$] - \infty, -1[ \cup ] 1, 3[ \cup ] 5, +\infty[$	$] - \infty, -1[ \cup ] - 1, 1[ \cup ] 1, +\infty[$
$] - 1, 1[ \cup ] 3, 5[$	$\emptyset$
$[-1, 1[ \cup [3, 5[$	$] - 2, -1[ \cup ] - 1, +\infty[$
$] - \infty, -1] \cup \{1\} \cup [3, +\infty[$	$] - \infty, -2] \cup \{-1\}$
$\{-1\} \cup [1, 5]$	$] - \infty, -2] \cup [-1, +\infty[$
$] - \infty, -1[ \cup ] - 1, 1] \cup [5, +\infty[$	$\{-2\} \cup \{-1\}$
$[3, 5[$	$\mathbb{R}$
$] - 1, 1[$	$\{-3\} \cup [-1, +\infty[$
$[-1, 1] \cup \{3\} \cup \{5\}$	$] - 3/2, -1[ \cup ] - 1, 0[$

## Test n. 13 – 14

Equazioni 3				
Sol.	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
1	80			
0				
-4	2			
2	$-\sqrt{11}$	$\sqrt{11}$		
4	$-\sqrt{11}$	-3	3	$\sqrt{11}$
0				
4	1	2	3	4
2	1	4		
1	2			
1	-5			
2	-5	2		
2	$(5 - \sqrt{65})/2$	2		
$\infty$				
2	-6	0		
0				
2	-2	2		

Equazioni 4				
Sol.	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
1	17			
1	35			
1	89			
2	5	11		
1	8			
1	3			
1	-2			
1	0			
1	4			
4	-6	-4	4	6
1	$-12/7$			
2	-2	-1		
$\infty$				
2	0	3		
1	4			
1	1			

---

 Test n. 15 – 16 – 17
 

---

Disequazioni 4	Disequazioni 5	Pot. e log.	
$[80, +\infty[$	$[3, +\infty[$	4	8
$[-1, 80[$	$[-1, 3[$	2	4
$] - \infty, 728[$	$[7, +\infty[$	1/2	13
$] - \infty, -4[ \cup ]2, +\infty[$	$[-1, +\infty[$	80	5
$] - 4, 2[$	$] - \infty, 0[ \cup ]2, +\infty[$	3/2	64
$[-\sqrt{11}, -3] \cup [3, \sqrt{11}]$	$[0, 2]$	9	9
$] - \sqrt{20}, 0[ \cup ]0, \sqrt{20}[$	$] - 2, -\sqrt{2}[ \cup ]\sqrt{2}, 2[$	81	9/2
$] - \sqrt{21}, \sqrt{21}[$	$] - 1, +\infty[$	3	81
$\{0\}$	$[-3/2, -1[$	4	5
$[-1, 1]$	$\emptyset$	1/4	9
$] - \infty, -8/3[ \cup ]2, +\infty[$	$\{1\}$	4	2000
$]4, +\infty[$	$] - 5, -1[ \cup ]1, 5[$	13	$\sqrt[3]{9}$
$[0, 1[ \cup ]4, +\infty[$	$] - \infty, -2[ \cup ]0, +\infty[$	12	13
$[-1, 3[$	$[0, +\infty[$	1/5	-1
$] - \infty, 2[ \cup ]3, +\infty[$	$] - \infty, -1[ \cup ]1, +\infty[$	42	1
$[0, +\infty[$	$\{1\}$	-1/6	3/2

Test n. 18 – 19 – 20

Equazioni 5				
Sol.	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
1	$\log_2 3$			
1	$\log_2 \sqrt{3}$			
2	$-\sqrt{\log_2 3}$	$\sqrt{\log_2 3}$		
2	1	2		
0				
2	0	$\log_2 3$		
1	0			
1	33			
1	3			
1	$\sqrt[3]{3}$			
2	-9	9		
1	27			
2	-31/16	0		
2	1/4	4		
3	-1	0	3	
1	6			

Disequazioni 6
$[\log_3 2, +\infty[$
$[-\log_3 2, \log_3 2]$
$] -\sqrt{2}, \sqrt{2}[$
$] -2, +\infty[$
$] -2, +\infty[$
$] -\infty, -4[ \cup ] -2, +\infty[$
$] -3, -2]$
$[-4, -3[ \cup ] -3, -2]$
$]6, +\infty[$
$]2, 6]$
$]1, 256[$
$]0, 2[$
$] -2, 0[ \cup ]0, 2[$
$] -2, 0[ \cup ]0, 2[$
$\emptyset$
$]1, 2]$

Disequazioni 7
$] -\infty, -3] \cup ] -2, +\infty[$
$] -1, +\infty[$
$] -\infty, -2] \cup [0, +\infty[$
$] \log_3 2, +\infty[$
$[0, 2]$
$] -\infty, 2]$
$] -\infty, -2 \log_3 2]$
$]0, 1/16] \cup [ \sqrt[4]{2}, +\infty[$
$[-2, 0[ \cup ]3, 5]$
$]0, 1[$
$] -\infty, \log_2 \sqrt[3]{3}]$
$]1/2, +\infty[$
$]1/64, 4[$
$S$
$]1, 2[ \cup ]3, 4[$
$] -\infty, 0[$

$$S = ] -\infty, -2[ \cup ] -1/8, 0[ \cup ]0, 1/8[ \cup ]2, +\infty[$$

## Test n. 21

sin $x$	cos $x$	tan $x$	sin $x$	cos $x$	tan $x$
$\sqrt{3}/2$	$-1/2$	$-\sqrt{3}$	$\sqrt{2}/2$	$-\sqrt{2}/2$	$-1$
$-1/2$	$-\sqrt{3}/2$	$1/\sqrt{3}$	$1/2$	$-\sqrt{3}/2$	$-1/\sqrt{3}$
$-\sqrt{3}/2$	$-1/2$	$\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}/2$	$1/2$	$-\sqrt{3}$
$-1/2$	$\sqrt{3}/2$	$-1/\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}/2$	$-1/2$	$\sqrt{3}$
$(\sqrt{6} - \sqrt{2})/4$	$(\sqrt{6} + \sqrt{2})/4$	$2 - \sqrt{3}$	$-\sqrt{2}/2$	$-\sqrt{2}/2$	$1$
$-(\sqrt{6} + \sqrt{2})/4$	$(\sqrt{6} - \sqrt{2})/4$	$-2 - \sqrt{3}$	$(\sqrt{6} + \sqrt{2})/4$	$(\sqrt{2} - \sqrt{6})/4$	$-2 - \sqrt{3}$
$0$	$-1$	$0$	$-\sqrt{2}/2$	$-\sqrt{2}/2$	$1$
$-1/2$	$-\sqrt{3}/2$	$1/\sqrt{3}$	$1/2$	$-\sqrt{3}/2$	$-1/\sqrt{3}$

x	sin $x$	cos $x$	tan $x$
$\pi + \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$\tan \alpha$
$\pi - \alpha$	$\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\tan \alpha$
$\pi/2 + \alpha$	$\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$-1/\tan \alpha$
$\pi/2 - \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$1/\tan \alpha$
$2\pi + \alpha$	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\tan \alpha$
$2\pi - \alpha$	$-\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$-\tan \alpha$
$3\pi/2 + \alpha$	$-\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-1/\tan \alpha$
$3\pi/2 - \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$1/\tan \alpha$

x	2 sin $x$	2 cos $x$
$\pi/4 + \alpha$	$\sqrt{2}(\cos \alpha + \sin \alpha)$	$\sqrt{2}(\cos \alpha - \sin \alpha)$
$\pi/4 - \alpha$	$\sqrt{2}(\cos \alpha - \sin \alpha)$	$\sqrt{2}(\cos \alpha + \sin \alpha)$
$\pi/3 + \alpha$	$\sqrt{3} \cos \alpha + \sin \alpha$	$-\sqrt{3} \sin \alpha + \cos \alpha$
$\pi/3 - \alpha$	$\sqrt{3} \cos \alpha - \sin \alpha$	$\sqrt{3} \sin \alpha + \cos \alpha$
$\pi/6 + \alpha$	$\cos \alpha + \sqrt{3} \sin \alpha$	$-\sin \alpha + \sqrt{3} \cos \alpha$
$\pi/6 - \alpha$	$\cos \alpha - \sqrt{3} \sin \alpha$	$\sin \alpha + \sqrt{3} \cos \alpha$
$2\pi/3 + \alpha$	$\sqrt{3} \cos \alpha - \sin \alpha$	$-\sqrt{3} \sin \alpha - \cos \alpha$
$2\pi/3 - \alpha$	$\sqrt{3} \cos \alpha + \sin \alpha$	$\sqrt{3} \sin \alpha - \cos \alpha$

Test n. 22 – 23

Equazioni 6				
Sol.	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
3	$\pi/2$	$3\pi/2$	$5\pi/2$	
2	$2\pi/3$	$4\pi/3$		
2	$\pi/6$	$5\pi/6$		
2	$\pi/3$	$4\pi/3$		
4	$4\pi/3$	$5\pi/3$	$10\pi/3$	$11\pi/3$
2	$\pi/4$	$5\pi/4$		
0				
4	$\pi/6$	$5\pi/6$	$7\pi/6$	$11\pi/6$
5	0	$\pi/2$	$\pi$	$3\pi/2$
2	$-11\pi/6$	$-7\pi/6$		
4	$\pi/6$	$2\pi/3$	$7\pi/6$	$5\pi/3$
8	$\pi/6$	$\pi/4$	$3\pi/4$	$5\pi/6$
3	0	$\pi$	$2\pi$	
4	$\pi/12$	$5\pi/12$	$25\pi/12$	$29\pi/12$
6	$\pi/8$	$\pi/4$	$5\pi/8$	$9\pi/8$
1	0			

Disequazioni 8
$]0, \pi[$
$] \pi/3, 5\pi/3[$
$[0, \pi/3[ \cup ] \pi/2, 4\pi/3[ \cup ] 3\pi/2, 2\pi]$
$] \pi/6, 5\pi/6[$
$] \pi/6, 5\pi/6[ \cup ] 7\pi/6, 11\pi/6[$
$] \pi/3, 2\pi/3[ \cup ] 4\pi/3, 5\pi/3[$
$S$
$[ \pi/4, \pi/2[ \cup ] 3\pi/4, \pi] \cup [ 5\pi/4, 3\pi/2[ \cup ] 7\pi/4, 2\pi]$
$[0, \pi/2[ \cup ] \pi/2, 3\pi/2[ \cup ] 3\pi/2, 2\pi]$
$[ \pi/6, 5\pi/6]$
$[0, 2\pi]$
$] \pi/6, \pi/2[ \cup ] 5\pi/6, 3\pi/2[$
$] \pi/2, 2\pi[$
$] 1, 2\pi - 1[$
$[0, \pi/2] \cup [ 2\pi/3, \pi] \cup [ 4\pi/3, 3\pi/2]$
$[ (\pi - 1)/3, (3\pi - 1)/3] \cup [ (5\pi - 1)/3, 2\pi - 1]$

$$S = \{0\} \cup [ \pi/4, \pi/2[ \cup ] \pi/2, \pi] \cup [ 5\pi/4, 3\pi/2[ \cup ] 3\pi/2, 2\pi]$$

## Test n. 24 – 25

Uso calcolatrice	
1,5492	1,1761
1,0446	1,0420
0,1909	3,6844
0,8415	0,0175
1,1147	228,0519
1,9998	57,4040
935,5068	0,0008
0,3398	2,8018
17,4123	
50°42'13"	
95°44'21"	
5,8095	
10,0000	
10,8506	
8,8455	
120°00'00"	

Risoluzione triangoli					
$AB$	$AC$	$BC$	$\hat{B}$	$\hat{C}$	$AH$
3	4	5,000	53°08'	36°52'	2,4000
5,0000	12	13	67°23'	22°37'	4,6154
12,9904	7,5000	15	30°	60°00'	6,4952
16,0000	16	22,6274	45°	45°00'	11,3137
20	34,6410	40,0000	60°	30°00'	17,3205
20	11,5470	23,0940	30°00'	60°	10,0000
10,6066	30	31,8198	70°32'	19°28'	10
62,2290	52,2163	81,2341	40°	50°00'	40

$a$	$b$	$c$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	Area
7	6	5	78°28'	57°07'	44°25'	14,6969
4	3	2	104°29'	46°34'	28°57'	2,9047
3	4	3,6056	46°06'	73°54'	60°	5,1962
3	4	6,7664	12°48'	17°12'	150°	3,0000
5	1,9747	3,7111	120°	20°00'	40°	3,1732
6,6356	1,5203	7	70°	12°26'	97°34'	5
3,6393	4,6786	6,8397	30°	40°	110°	8
5	9	4,9303	25°11'	130°	24°49'	9,4422

## Test n. 26 – 27

Proposizioni	Disequazioni 9
V	$]0, \pi/2[ \cup ]\pi/2, \pi[$
F	$] - 4, 1[$
V	$] - 2, -1[ \cup ]0, +\infty[$
F	$] - \infty, -3[ \cup ] - 3, -2[ \cup ] - 2, -1[ \cup ]0, +\infty[$
V	$]0, \pi/6[ \cup ]\pi/2, 5\pi/6[ \cup ]\pi, 2\pi[$
F	$[\log_3 \sqrt{5}, 1[$
V	$[0, 2\pi]$
V	$[0, 2\pi/3[ \cup ]2\pi/3, 5\pi/3[ \cup ]5\pi/3, 2\pi]$
V	$[0, \pi/2] \cup [3\pi/2, 2\pi]$
V	$\{-1, 1\}$
F	$]0, \pi/6[ \cup ]\pi/2, 5\pi/6[ \cup ]\pi, 7\pi/6[ \cup ]3\pi/2, 11\pi/6]$
V	$[0, \pi/4] \cup [3\pi/4, \pi] \cup \{5\pi/4, 7\pi/4, 2\pi\}$
F	$\emptyset$
F	$\{0, \pi/2\}$
V	$[0, 2\pi]$
V	$] \pi/12, 5\pi/12[$

## Test n. 28

$A$	$B$	$C$	$r$	$s$	$d$
(1, 2)	(2, 0)	(0, 0)	$y + 2x = 0$	$2y - x = 0$	$4/\sqrt{5}$
(0, 0)	(1, 2)	(2, 0)	$y - 2x + 4 = 0$	$2y + x - 2 = 0$	$4/\sqrt{5}$
(-1, -1)	(-1, 1)	(1, 1)	$x - 1 = 0$	$y - 1 = 0$	2
(-2, 1)	(0, 0)	(-1, 1)	$2y + x = 1$	$y - 2x = 3$	$1/\sqrt{5}$

$\gamma$	$C$	$r$	$P$	$s$
$x^2 + y^2 = 5$	(0, 0)	$\sqrt{5}$	(2, 1)	$y + 2x - 5 = 0$
$x^2 + y^2 - 2x - 3y = 0$	(1, 3/2)	$\sqrt{13}/2$	(0, 0)	$2x + 3y = 0$
$x^2 + y^2 - 4x - 2y - 3 = 0$	(2, 1)	$2\sqrt{2}$	(4, 3)	$y + x - 7 = 0$
$2x^2 + 2y^2 - 4x + 1 = 0$	(1, 0)	$\sqrt{2}/2$	(1/2, -1/2)	$x + y = 0$

Valori di $a$
$\{-5\}$
$\{-6\}$
$\{3/2\}$
$\{4\}$
$\emptyset$
$\{1\}$
$\{3\}$
$\{4\}$

## Test n. 29 – 30

Insiemi del piano 1					
S	S	S	S	S	N
S	S	S	S	S	N
S	S	S	S	S	N
S	S	S	S	S	N
S	S	S	N	S	N
S	S	S	N	S	N
S	S	N	N	S	N
S	S	N	S	S	N
S	S	S	S	N	S
S	S	N	N	N	S
S	S	S	S	S	N
S	S	N	N	N	S
S	S	N	S	N	S
S	N	N	S	S	N
N	S	N	N	S	S
N	S	N	N	S	S

Insiemi del piano 2					
S	S	S	S	S	S
N	S	N	N	S	N
S	S	N	S	N	S
S	S	N	N	S	N
N	S	N	N	S	N
S	S	N	N	S	N
S	S	N	N	S	N
S	S	N	N	S	N
S	S	N	N	S	N
S	S	S	S	S	N
N	N	N	N	N	S
S	S	N	N	S	S
N	N	N	N	N	S
S	N	N	N	N	S
N	S	N	N	S	S
S	S	N	N	S	N

## Test n. 31 – 34

---

Dim. 1	Dim. 2	Dim. 3	Dim. 4
NO	NO	NO	NO
NO	OK	NO	OK
OK	OK	NO	NO
OK	NO	NO	OK
NO	NO	NO	OK
NO	NO	NO	NO
OK	OK	OK	NO
NO	NO	NO	NO
NO	NO	NO	OK
NO	NO	NO	OK
NO	OK	NO	OK
NO	NO	OK	OK
NO	NO	NO	NO
NO	NO	NO	NO
OK	NO	OK	OK
NO	OK	NO	OK