

# Foglio di esercizi

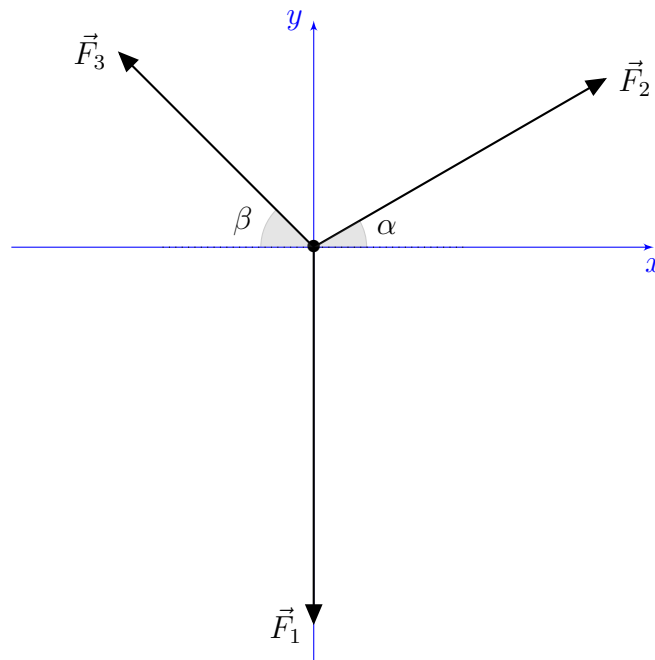
## Equilibrio del punto materiale

Alessio Del Vigna

25 giugno 2022

### 1 Un esercizio svolto

**Esercizio 1.** Su un punto materiale agiscono tre forze, come mostrato in figura. Il punto materiale è in equilibrio e si ha  $F_1 = 10$  N,  $\alpha = 30$  deg e  $\beta = 45$  deg. Calcolare il modulo delle forze  $\vec{F}_2$  e  $\vec{F}_3$ .



*Soluzione.* Scriviamo le tre forze in componenti rispetto al riferimento cartesiano raffigurato in blu:

$$\vec{F}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -F_1 \end{pmatrix}, \quad \vec{F}_2 = \begin{pmatrix} F_2 \cos \alpha \\ F_2 \sin \alpha \end{pmatrix}, \quad \vec{F}_3 = \begin{pmatrix} -F_3 \cos \beta \\ F_3 \sin \beta \end{pmatrix}.$$

Il punto materiale è in equilibrio se e solo se la risultante delle forze è  $\vec{0}$ . La risultante è

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \begin{pmatrix} F_2 \cos \alpha - F_3 \cos \beta \\ -F_1 + F_2 \sin \alpha + F_3 \sin \beta \end{pmatrix},$$

per cui il punto materiale risulta in equilibrio se e solo se

$$\begin{cases} F_2 \cos \alpha - F_3 \cos \beta = 0 \\ -F_1 + F_2 \sin \alpha + F_3 \sin \beta = 0 \end{cases}.$$

Quello appena scritto è un sistema di equazioni in cui le incognite sono  $F_2$  e  $F_3$ . Iniziamo ricavando  $F_2$  dalla prima equazione:

$$F_2 = F_3 \frac{\cos \beta}{\cos \alpha}. \quad (1)$$

Sostituendolo nella seconda si ha:

$$\begin{aligned} 0 &= -F_1 + F_2 \sin \alpha + F_3 \sin \beta = -F_1 + F_3 \frac{\cos \beta}{\cos \alpha} \sin \alpha + F_3 \sin \beta = \\ &= -F_1 + F_3 \cos \beta \tan \alpha + F_3 \sin \beta. \end{aligned}$$

Riordinando i termini si ottiene  $F_3(\cos \beta \tan \alpha + \sin \beta) = F_1$ , da cui

$$F_3 = \frac{F_1}{\cos \beta \tan \alpha + \sin \beta} = \frac{10 \text{ N}}{\cos 45 \cdot \tan 30 + \sin 45} = 8.97 \text{ N}.$$

Sostituendo nella (1) si ottiene

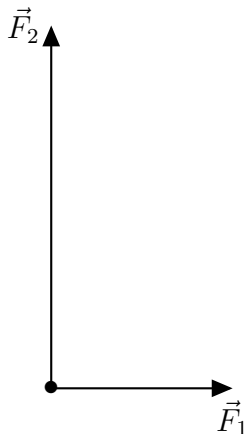
$$F_2 = F_3 \frac{\cos \beta}{\cos \alpha} = 8.97 \text{ N} \cdot \frac{\cos 45}{\cos 30} = 7.32 \text{ N}.$$

□

## 2 Esercizi

**Esercizio 2.** Su un punto materiale agiscono due forze, come mostrato in figura. I moduli delle due forze sono  $F_1 = 1 \text{ N}$  e  $F_2 = 2 \text{ N}$ .

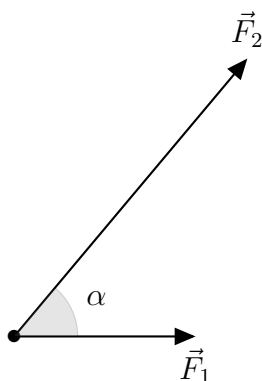
- (a) Calcolare il modulo della forza risultante e rappresentarla.
- (b) Determinare la direzione della forza risultante.
- (c) Determinare la forza  $\vec{F}$  tale per cui il punto risulta in equilibrio e rappresentarla.



[(a)  $R = 2.24 \text{ N}$ , (b)  $\alpha_R = 63.4 \text{ deg}$ , (c)  $\vec{F} = (-1 \text{ N})\hat{i} + (-2 \text{ N})\hat{j}$ ]

**Esercizio 3.** Su un punto materiale agiscono due forze, come mostrato in figura. I moduli delle due forze sono  $F_1 = 1 \text{ N}$  e  $F_2 = 2 \text{ N}$ , mentre l'angolo compreso è  $\alpha = 50 \text{ deg}$ .

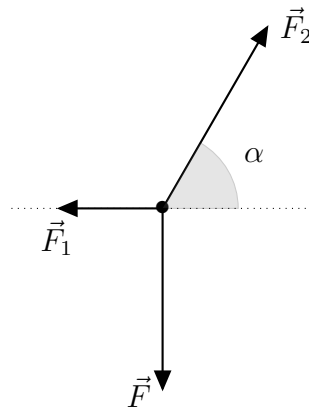
- (a) Calcolare il modulo della forza risultante e rappresentarla.
- (b) Determinare la direzione della forza risultante.
- (c) Determinare la forza  $\vec{F}$  tale per cui il punto risulta in equilibrio e rappresentarla.



[(a)  $R = 2.75 \text{ N}$ , (b)  $\alpha_R = 33.8 \text{ deg}$ , (c)  $\vec{F} = (-2.29 \text{ N})\hat{i} + (-1.53 \text{ N})\hat{j}$ ]

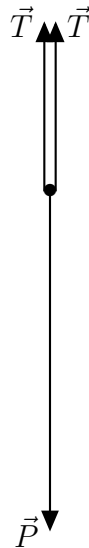
**Esercizio 4.** Su un punto materiale agiscono tre forze, come mostrato in figura. La forza  $\vec{F}_1$  ha modulo 70 N, mentre la forza  $\vec{F}_2$  ha modulo 140 N e forma un angolo  $\alpha = 60$  deg con la direzione orizzontale. Il punto materiale è in equilibrio.

- (a) Calcolare il modulo di  $\vec{F}$ .
- (b) Se  $\vec{F}_2$  avesse modulo 100 N il punto sarebbe in equilibrio? Giustificare opportunamente la risposta.



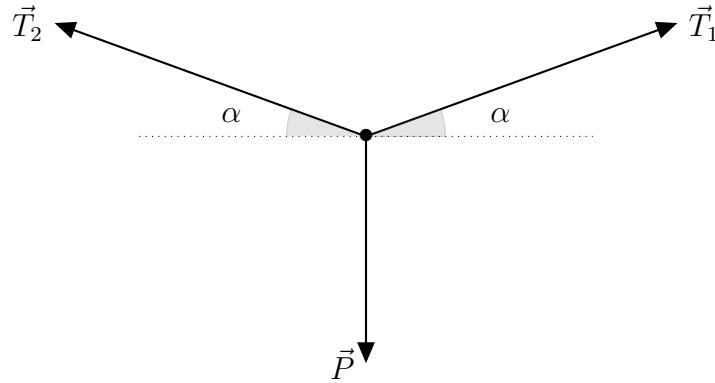
[  $F = 121.2$  N, (b) No ]

**Esercizio 5.** Su un punto materiale agiscono tre forze, come mostrato in figura: la forza  $\vec{P}$  è diretta verso il basso e ha modulo  $P = 20$  N, mentre le due forze  $\vec{T}$  sono uguali e dirette verso l'alto. Calcolare il modulo di  $\vec{T}$  affinché il punto materiale sia in equilibrio.



[  $T = \frac{1}{2}P = 10$  N ]

**Esercizio 6.** Su un punto materiale agiscono tre forze, come mostrato in figura: la forza  $\vec{P}$  è diretta verso il basso e ha modulo  $P = 5 \text{ N}$ , mentre le forze  $\vec{T}_1$  e  $\vec{T}_2$  formano un angolo  $\alpha = 20 \text{ deg}$  con la direzione orizzontale. Calcolare il modulo di  $\vec{T}_1$  e  $\vec{T}_2$  affinché il punto sia in equilibrio.



$$[T_1 = T_2 = \frac{P}{2 \sin \alpha} = 7.31 \text{ N}]$$