Nome e cognome: ________________________________ Classe: ________

Liceo Scientifico "A. Vallisneri"

Prova scritta di matematica

Esercizio 1 (10 punti). Rappresentare i seguenti insiemi nel modo indicato.

(a) $A = \{-20,\ -19,\ -18,\ \ldots,\ -2,\ -1,\ 0\}$ per proprietà caratteristica.

(b) $B = \{n \in \mathbb{N} \,:\, n = 4\ell + 3,\ \ell \in \mathbb{N},\ 0 \leq \ell \leq 2\}$ per elencazione.

(c) $C = \{7,\ 9,\ 11,\ 13,\ 15,\ 17\}$ per proprietà caratteristica.

(d) $D = \{5,\ 8,\ 11,\ 14,\ 17,\ 20,\ 23,\ 26,\ \ldots\}$ per proprietà caratteristica.

Esercizio 2 (10 punti). Enunciare la definizione di differenza insiemistica tra due insiemi. Dati gli insiemi

$$A = \{n \in \mathbb{N} \,:\, n \text{ divide } 8\} \quad \text{e} \quad B = \{1,\ 2,\ 3,\ 4\}\,,$$

determinare $A \cap B$, $A \cup B$, $B \setminus A$, e il complementare di B dentro $\mathbb{N}$.

Esercizio 3 (8 punti). Si consideri l'insieme $A = \{1,\ 3,\ 5\}$ e sia $\mathcal{P}(A)$ il suo insieme delle parti.

(a) Senza determinare $\mathcal{P}(A)$, calcolare la cardinalità di $\mathcal{P}(A)$.

(b) Scrivere per elencazione $\mathcal{P}(A)$.

(c) Scrivere il sottoinsieme di $\mathcal{P}(A)$ costituito dai sottoinsiemi con al massimo un elemento. Si tratta di un sottoinsieme proprio di $\mathcal{P}(A)$?

Esercizio 4 (12 punti). A un esame costituito da tre prove si presentano 65 candidati. È noto che 5 candidati hanno superato tutte le prove, 20 candidati hanno superato solo le prime due, 3 nessuna prova, 50 hanno superato la prima. Inoltre, tutti quelli che hanno superato la terza prova hanno anche superato le altre due. Quanti candidati hanno superato solo la prima prova? Quanti almeno due prove?

Esercizio 5 (8 punti). Dimostrare che $\overline{(\overline{A} \cup B) \cap C} = (A \cap \overline{B}) \cup \overline{C}$ sia con i diagrammi di Venn, sia applicando le proprietà delle operazioni insiemistiche.

Esercizio 6 (10 punti). Enunciare la definizione di disgiunzione logica. Si consideri poi la formula $\overline{p} \vee \left(\overline{q \wedge \overline{p}}\right)$.

(a) Costruire la tavola di verità della formula.

(b) Usando solo le proprietà dei connettivi, dimostrare che la precedente formula è una tautologia.

Esercizio 7 (5 punti). Dire se le seguenti deduzioni sono logicamente corrette e, se sì, su quale schema di ragionamento si basano.

(a) Se un numero è multiplo di 6 è anche multiplo di 2. Dato che 18 è multiplo di 2 allora 18 è multiplo di 6.

(b) Se due rette non sono parallele allora si incontrano in un punto. Le rette r e s non hanno punti in comune, dunque sono parallele.

Esercizio 8 (12 punti). Si riformuli la proposizione del punto (a) in linguaggio comune. Si scriva la proposizione del punto (b) in simboli. Dopodiché, per tutte le proposizioni, si dica se sono vere o false, giustificando opportunamente la risposta.

(a) $\exists n \in \mathbb{Z} \,:\, n^3 = -8$

(b) Per ogni numero naturale, il suo quadrato è diverso da 2.

(c) $\exists x \in \mathbb{Q} \,:\, \forall y \in \mathbb{Q} \;\; x + y = y$

Esercizio 9 (5 punti).

(a) Riformulare l'implicazione "Se un quadrilatero è un rombo allora le sue diagonali sono perpendicolari", con l'espressione "condizione sufficiente".

(b) Data la frase "avere pagato l'iscrizione è condizione necessaria per poter partecipare alla competizione", riformularla come implicazione nella forma "se... allora...".

Es. 1	**Es. 2**	**Es. 3**	**Es. 4**	**Es. 5**	**Es. 6**	**Es. 7**	**Es. 8**	**Es. 9**

Voto: ________