

Nome e cognome: \_\_\_\_\_

Classe: \_\_\_\_\_

Liceo Scientifico "A. Vallisneri"  
Prova scritta di matematica

**Esercizio 1 (15 punti).** Si consideri il triangolo individuato dalle rette di equazione

$$y + x = 0, \quad y = 0, \quad \text{e} \quad 2x + y - 6 = 0.$$

- (a) Determinare le coordinate dei tre vertici del triangolo.
- (b) Calcolare il perimetro e l'area del triangolo.
- (c) Determinare le coordinate del circoentro del triangolo e calcolare il raggio della circonferenza circoscritta al triangolo.
- (d) Determinare l'equazione della circonferenza circoscritta al triangolo.

**Esercizio 2 (15 punti).** Sia  $ABCD$  un rombo. È noto che  $A = (-1, 3)$ , che il lato  $AB$  è contenuto in una retta parallela alla retta di equazione  $y = -2x$  e che il centro del rombo è il punto  $O = (1, 1)$ . Determinare le coordinate di tutti i vertici del rombo.

**Esercizio 3 (15 punti).** Si consideri la famiglia di rette  $r_k$ , con  $k \in \mathbb{R}$ , di equazione

$$(k - 2)x + ky + 1 = 0.$$

Determinare per quali valori di  $k$  la retta  $r_k$  soddisfa ciascuna delle seguenti condizioni:

- (a) è parallela all'asse  $x$ ;
- (b) è parallela all'asse  $y$ ;
- (c) passa dall'origine;
- (d) è perpendicolare alla bisettrice del secondo e quarto quadrante;
- (e) forma con il semiasse positivo delle  $x$  un angolo acuto.

**Esercizio 4 (5 punti).** Si considerino due rette parallele non verticali  $r$  e  $r'$ , di equazioni rispettivamente  $y = mx + q$  e  $y = mx + q'$ , con  $m, q, q' \in \mathbb{R}$ . Dimostrare che la distanza fra le due rette è

$$d_{r,r'} = \frac{|q' - q|}{\sqrt{1 + m^2}}.$$

**Esercizio 5 (5 punti).** Tra tutte le rette parallele alla retta di equazione  $3x - y + 2 = 0$  si individuino quelle che distano  $\sqrt{5}$  dall'origine.

**Esercizio 6 (10 punti).** Sia  $r$  la retta di equazione  $y = \frac{1}{3}x + 2$  e si consideri il punto  $P = (1, 4)$ . Determinare la proiezione ortogonale di  $P$  su  $r$  e il simmetrico di  $P$  rispetto a  $r$ .

**Esercizio 7 (5 punti).** Descrivere la regione costituita dai punti del piano che soddisfano il seguente sistema di disequazioni in due variabili:

$$\begin{cases} x + 1 \geq 0 \\ 2x - y \leq 0 \\ x + 2y - 5 \leq 0 \end{cases} .$$

**Esercizio 8 (10 punti).** Vero o falso? Una risposta senza giustificazione non è una risposta.

- (a) Siano  $A$ ,  $B$  e  $C$  tre punti allineati. Se  $r$  è la retta che passa da  $A$  e da  $B$  allora le coordinate di  $C$  ne soddisfano l'equazione.
- (b) Sia  $P = (a, b)$  un punto. Si ha  $ab < 0$  se e solo se  $P$  appartiene al secondo quadrante.
- (c) Il luogo geometrico dei punti che soddisfano l'equazione  $y^2 - x^2 = 0$  è una coppia di rette incidenti.

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Es. 5	Es. 6	Es. 7	Es. 8

Voto: \_\_\_\_\_