

Nome e cognome: _____

Classe: _____

Liceo Scientifico "A. Vallisneri"
Prova scritta di matematica

Esercizio 1 (15 punti). Si consideri il punto $P = (-1, 2)$. Siano A il simmetrico di P rispetto all'asse x , B il simmetrico di P rispetto alla retta di equazione $x = 1$ e C il simmetrico di P rispetto alla bisettrice del secondo e quarto quadrante. Rappresentare il triangolo ABC e calcolare la sua area.

Esercizio 2 (15 punti). Si consideri il punto $A = (3, 0)$ e sia γ il luogo dei punti P del piano tali che

$$2\overline{PO} = \overline{PA}.$$

- (a) Determinare l'equazione cartesiana di γ .
- (b) Dimostrare che γ è una circonferenza, determinandone anche centro e raggio.
- (c) Determinare le equazioni della trasformazione che porta γ nella circonferenza di centro l'origine e raggio 1.

Esercizio 3 (15 punti). Scrivere le equazioni delle seguenti trasformazioni del piano:

- (a) omotetia di fattore 2 e di centro $C = (-1, 1)$;
- (b) rotazione di centro l'origine che manda il punto $P = (-2, 1)$ nel punto $P' = (-2, -1)$, e sua inversa.

Esercizio 4 (15 punti). Rispondere ai seguenti quesiti, giustificando opportunamente le risposte date.

- (a) Tutte le simmetrie invertono l'orientazione?
- (b) Una trasformazione del piano può mandare due rette parallele in due rette incidenti?
- (c) L'immagine di un quadrato rispetto ad una qualsiasi isometria è ancora un quadrato, congruente al quadrato iniziale. Spiegare perché, utilizzando le proprietà delle isometrie.

Esercizio 5 (10 punti). Siano P e Q due punti e siano σ_P e σ_Q le simmetrie centrali con centro in P e Q rispettivamente. Dimostrare che la composizione $\sigma_Q \circ \sigma_P$ è una traslazione, determinandone anche il vettore.

Esercizio 6 (25 punti). Tracciare il grafico delle seguenti funzioni, ottenute da grafici di funzioni note applicando opportune trasformazioni:

(a) $f(x) = 3\sqrt{1-x}$

(b) $f(x) = \sqrt[3]{\frac{1}{2}x + 1}$

(c) $f(x) = 2 - \sqrt{x+2}$

(d) $f(x) = -3\cos(2x)$

(e) $f(x) = 2\sin\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{4}\right)$

Esercizio 7 (15 punti). Tracciare il grafico della funzione definita da

$$f(x) = \frac{1}{x+2} - 1$$

e da questo dedurre i grafici delle funzioni

$$g_1(x) = \left| \frac{1}{x+2} - 1 \right| \quad \text{e} \quad g_2(x) = \frac{1}{|x|+2} - 1.$$

Infine, tracciare il grafico delle funzioni definite da

$$h_1(x) = \frac{1}{|x+2|} - 1 \quad \text{e} \quad h_2(x) = \left| \frac{1}{|x+2|} - 1 \right|.$$

Es. 1	Es. 2	Es. 3	Es. 4	Es. 5	Es. 6	Es. 7

Voto: _____