Nome e cognome: ______________________________ Classe: ________

Liceo Scientifico "A. Vallisneri"

Prova scritta di matematica

Esercizio 1 (20 punti). Sia ABC un triangolo isoscele sulla base AB. Si prolunghi il lato AC dalla parte di A di un segmento AP e si congiunga B con P. Si tracci la bisettrice dell'angolo in C e sia Q il punto in cui la bisettrice interseca il segmento BP.

(a) Dimostrare che $Q\hat{A}B \cong Q\hat{B}A$.

(b) Dimostrare che se il triangolo APQ è acutangolo allora il triangolo PBC è ottusangolo.

(c) Dimostrare che il triangolo APQ non può essere ottusangolo in $\hat{P}$.

Esercizio 2 (20 punti). Due triangoli ABC e BDE sono congruenti, hanno solo il vertice B in comune e i lati AC e DE opposti a tale vertice non sono paralleli. Sia F il punto di intersezione delle rette che contengono questi due lati.

(a) Dimostrare che $CF \cong EF$.

(b) Dimostrare che il segmento BF è la bisettrice degli angoli $C\hat{B}E$ e $C\hat{F}E$.

Esercizio 3 (15 punti). Sia ABC un triangolo qualsiasi e P un suo punto interno.

(a) Dimostrare che la somma $AP + BP + CP$ delle distanze di P dai vertici è maggiore del semiperimetro del triangolo.

(b) Prolungare il segmento AP fino ad intersecare il lato BC nel punto R. Dalla disuguaglianza $BP < PR + RB$ dedurre che $AP + BP < AR + RB$ e, da questa, che $AP + BP < AC + BC$.

(c) Utilizzando quanto dimostrato al punto precedente, dedurre che la somma $AP+BP+CP$ delle distanze di P dai vertici è minore del perimetro del triangolo.

Esercizio 4 (5 punti). Sia $n \geq 1$ intero.

(a) Determinare per quali valori di n esiste un triangolo che ha come lati $2n$, $2n+3$ e $12-n$.

(b) Determinare se tra i triangoli determinati al punto (a) ci sono triangoli isosceli e, se sì, dare le misure dei lati di tali triangoli.

Es. 1	**Es. 2**	**Es. 3**	**Es. 4**

Voto: ________