

PRIMO COMPITO DI ANALISI MATEMATICA
CORSO DI LAUREA IN INFORMATICA, CORSO B

19 GENNAIO 2015

Esercizio 1 Sia $z_1 = 1 + i$ e $z_2 = 1 + 3i$. Calcolare $\frac{z_1}{z_2}$.

Esercizio 2 Sia f la funzione definita da

$$f(x) = e^{-x}(-x^2 + 4x - 1).$$

- Determinare dominio, zeri e segno di f ;
- determinare l'andamento di f agli estremi del dominio di definizione;
- determinare estremo superiore ed inferiore, eventuali punti di massimo e minimo, punti di massimo e minimo locale;
- tracciare un grafico approssimativo della funzione.

Esercizio 3 Determinare una primitiva della funzione

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 1)(\sqrt{x} - 2)}.$$

Esercizio 4 Si consideri il sottoinsieme dei numeri reali

$$A = \left\{ \frac{n - n^2}{1 + n^2} \mid n \in \mathbb{N}, n \geq 1 \right\}.$$

- Dimostrare che la successione $a_n = \frac{n - n^2}{1 + n^2}$ è decrescente;
- determinare estremo superiore ed inferiore di A ;
- dire se A ha massimo e minimo.

Esercizio 5 Sia $f_a = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + a$ e sia $g(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 - \frac{1}{2}$.

- Determinare il numero degli zeri di $g(x)$;
- determinare il numero degli zeri di $f_a(x)$ al variare del parametro a .