

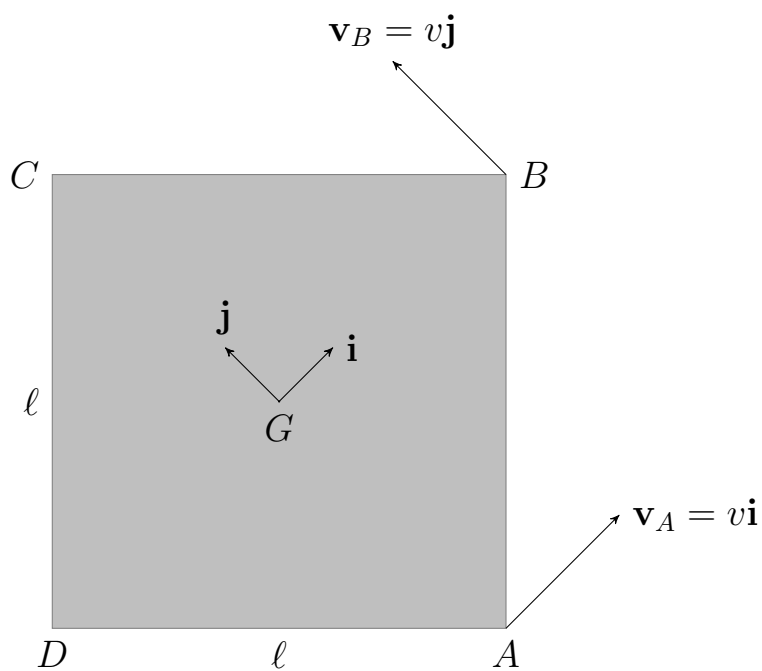
**Prova scritta di
MECCANICA RAZIONALE**

Ingegneria Civile-Edile, Edile e Edile-Architettura

9 Gennaio 2019

Di una lamina quadrata omogenea di lato ℓ sono note le velocità dei vertici A e B , \mathbf{v}_A e \mathbf{v}_B , a un dato istante.

Nell'ipotesi di moto piano, trovare la velocità angolare $\boldsymbol{\omega}$, la velocità \mathbf{v}_G di G , la quantità di moto \mathbf{Q} e il momento della quantità di moto \mathbf{K}_G rispetto a G .



Soluzione. Sia $\mathbf{k} \equiv \mathbf{i} \wedge \mathbf{j}$. Dalla formula fondamentale della cinematica rigida,

$$\mathbf{v}_B - \mathbf{v}_A = \boldsymbol{\omega} \wedge (B - A),$$

con $\boldsymbol{\omega} = \dot{\alpha} \mathbf{k}$ perché è un moto piano:

$$v(\mathbf{j} - \mathbf{i}) = \dot{\alpha} \mathbf{k} \wedge \frac{\sqrt{2}}{2} \ell (\mathbf{i} + \mathbf{j}) \implies \dot{\alpha} = \sqrt{2} \frac{v}{\ell}.$$

La velocità del centro di massa G è $\mathbf{v}_G = \mathbf{0}$ in quanto è il centro istantaneo del moto (si trova sulle perpendicolari alle velocità \mathbf{v}_A e \mathbf{v}_B). Ne segue che la quantità di moto è anch'essa nulla:

$$\mathbf{Q} = m \mathbf{v}_G = \mathbf{0}.$$

Il momento della quantità di moto è dato da

$$\mathbf{K}_G = \boldsymbol{\sigma}_G \boldsymbol{\omega} = I \dot{\alpha} \mathbf{k},$$

dove I è il momento d'inerzia rispetto all'asse passante per G e parallelo a \mathbf{k} :

$$I = \frac{1}{6} m \ell^2.$$

□