Ripasso Formule sulle parabole:

Equazione generica:
$Y = aX^2 + bX + c$

a → Apertura della parabola: 1/2p
c → Punto d'incontro con l'asse delle Y
p → Distanza focale: Fuoco direttrice (2•FV)

Radici:
Risoluzione equazione di secondo grado della parabola:
$(-b \pm \sqrt{(b^2 - 4ac)})/2a$
Quando uno dei valori è 0 l'altro lo possiamo ottenere con la formula:
$-b/a$

Casi particolari dei valori di:
-b sia 0: La parabola ha il vertice sull'asse delle Y
-c sia 0: La parabola passa per O
-b e c siano 0: La parabola ha il vertice in O

Fuoco:
Si può calcolare sapendo il vertice:
$F\ (X_v, Y_v + p/2)$
Oppure avendo l'equazione della parabola:
$F\ (-b/2a, -\Delta/(4a)+1/(4a))$

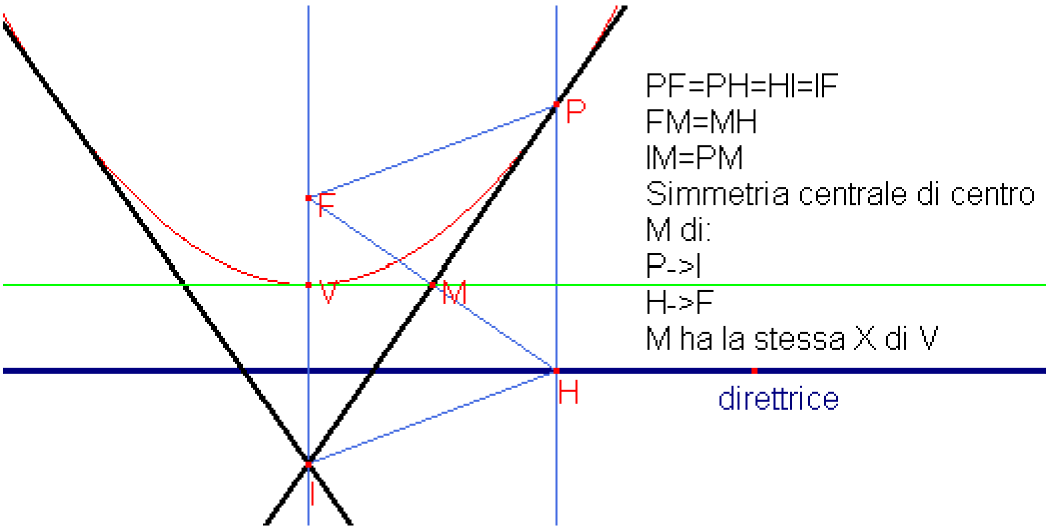
Vertice:
Sapendo le due radici:
V (-b/2a, inserire il valore ottenuto di V_x nell'equazione della parabola)
Sapendo il Fuoco:
$V\ (F_x, Y_f - p/2)$

Direttrice:
Sapendo il vertice:
$d = Y_v - p/2$
Sapendo la parabola:
$d = -\Delta/(4a)-1/(4a)$

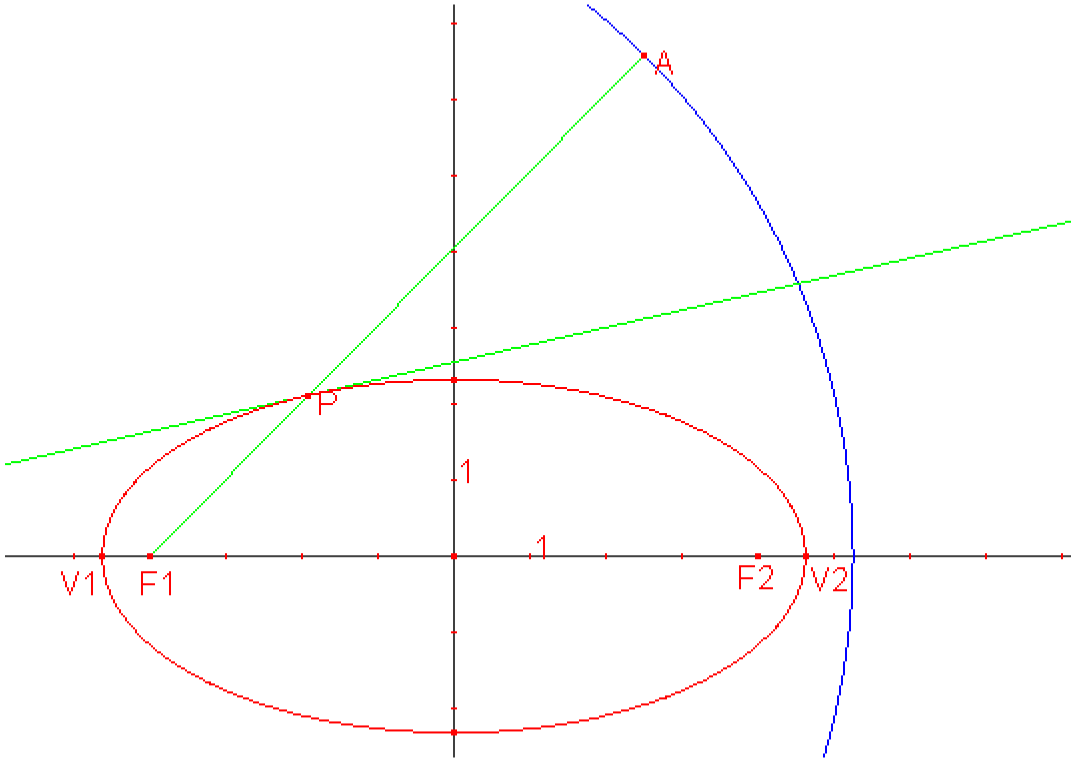
Individuare a,b,c:
Avendo le soluzioni delle radici:
$X_1 + X_2 = -b/a$
$X_1 \cdot X_2 = c/a$
Avendo il punto d'incontro con l'asse delle Y:
$c = Y_P$

Asse
Asse = $-b/2a$

Tangente della Parabola:
Dove X(Segnato) è la distanza dall'asse
$$\underbrace{(2a \cdot X(Segnato) + b)}_{P} \cdot X + \underbrace{c - a \cdot X(segnato)^2}_{q} = Y$$
Pendenza tangente:
P = (2a•X(Segnato) + b)

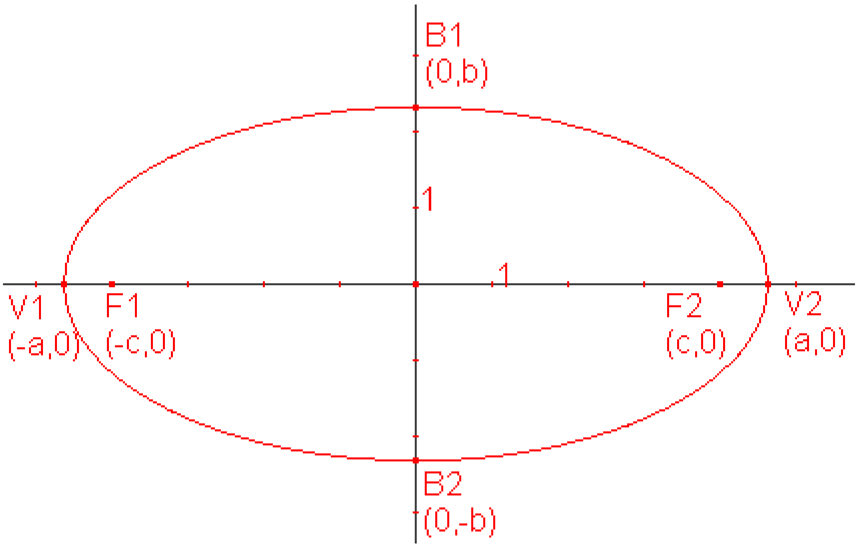


Ellisse



Costruzione di un'ellisse.
L'ellisse è il luogo geometrico dei punti la cui somma della distanza da due punti detti fuochi (F1, F2) è costante (2a)

Quindi $PF_1 + PF_2 = 2a$
Quindi le coordinate sono:



Sappiamo che c < a
Quindi
$\mathbf{a^2 = b^2 + c^2}$
$\mathbf{b^2 = a^2 - c^2}$

Sapendo inoltre che la somma delle distanze da un punto P sull'ellisse ai due fuochi (P è di coordinate (x,y)) allora.

$\sqrt{((x-c)^2 + y^2)} = 2a - \sqrt{((x+c)^2 + y^2)}$

Da cui (Elevando al quadrato e semplificando):

$a^2x^2 + a^2c^2 + a^2y^2 = a^4 + c^2x^2$

da cui:

$x^2(a^2-c^2) + a^2y^2 = a^2(a^2-c^2)$ sapendo che $b^2 = a^2 - c^2$ allora:

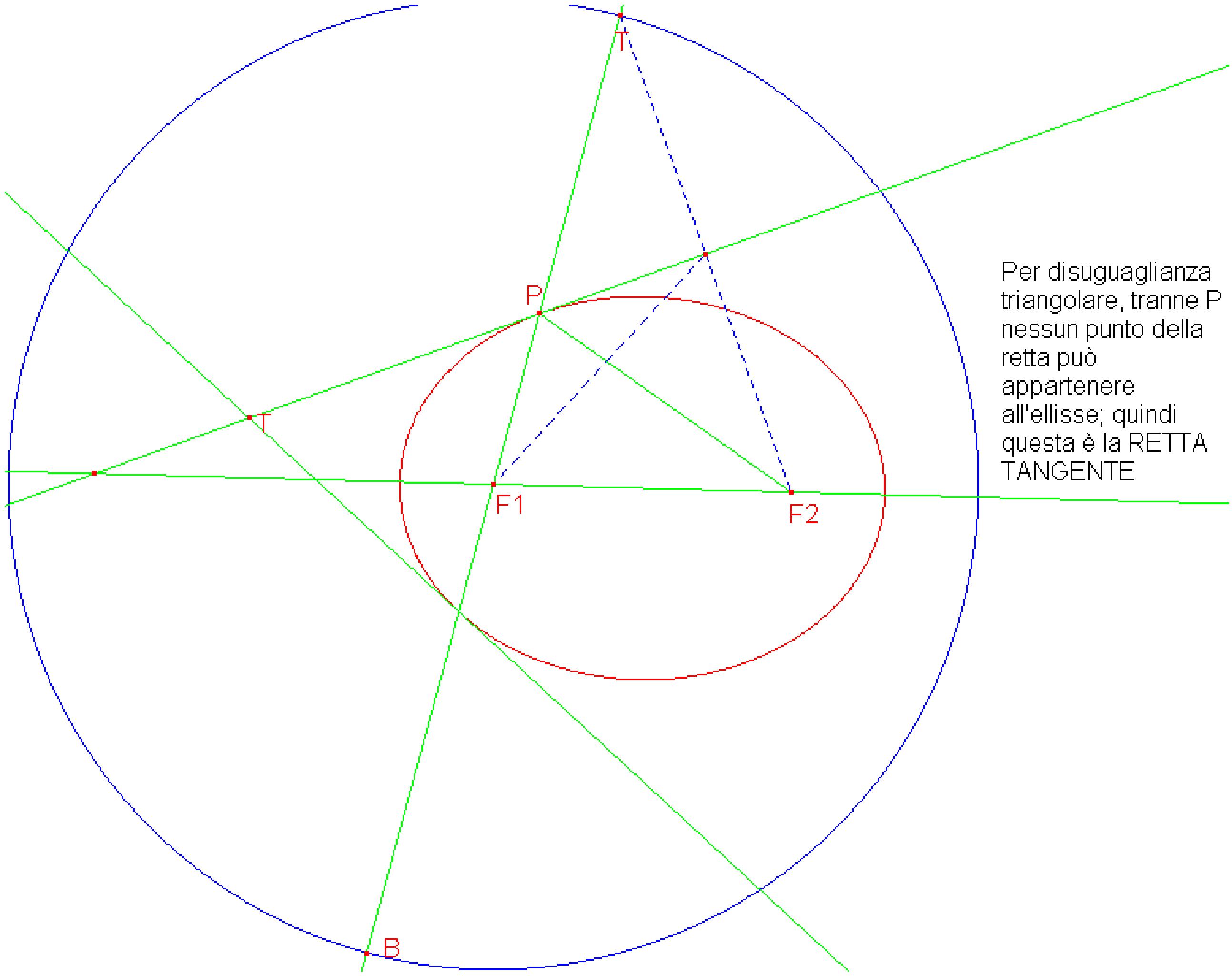
$b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$

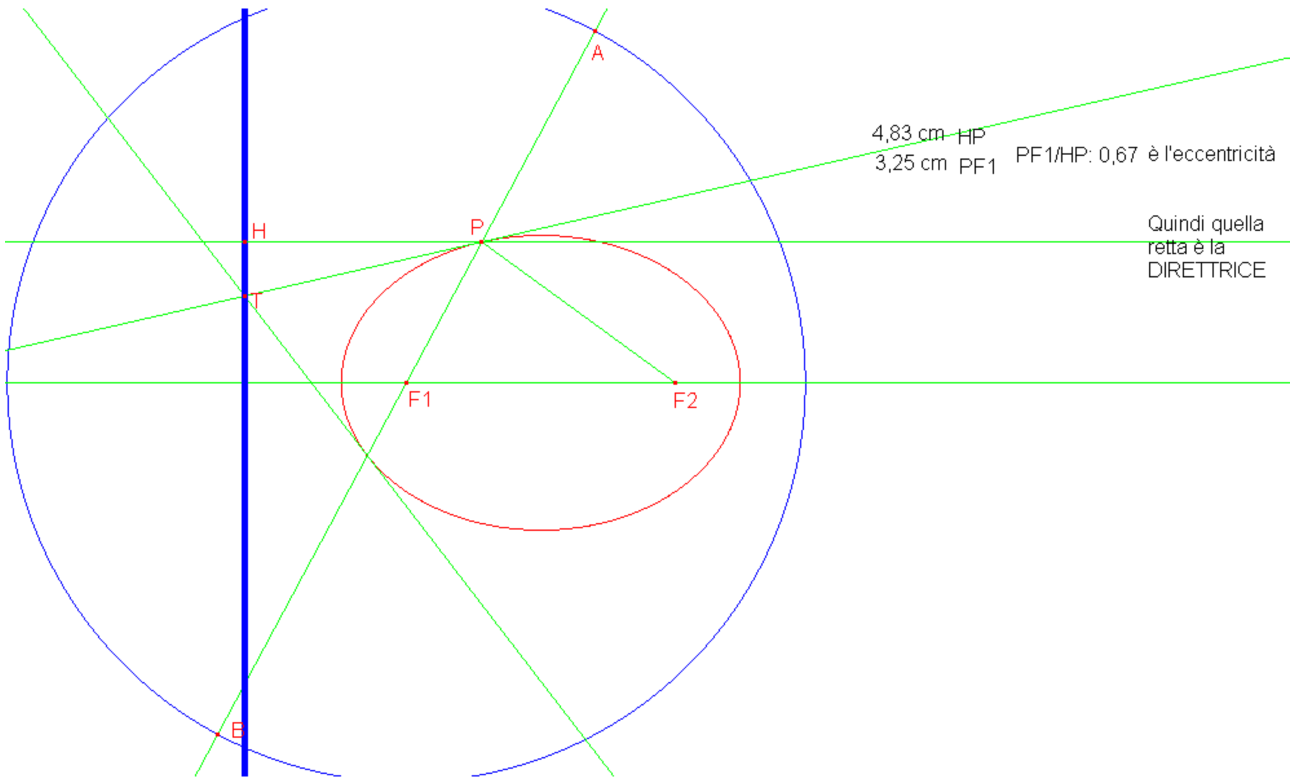
da cui:

$x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$ equazione dell'Ellisse

I fuochi sono sempre sull'asse maggiore

Quando $a^2 = b^2$ allora è un cerchio, tanto più il fuoco si avvicina al bordo del cerchio quanto maggiore è l'**eccentricità** (**e**, ossia il rapporto **c/a**) che è tanto più alta quanto l'ellisse è schiacciata. L'eccentricità varia da 0 (Un cerchio) a 1 (Un segmento).



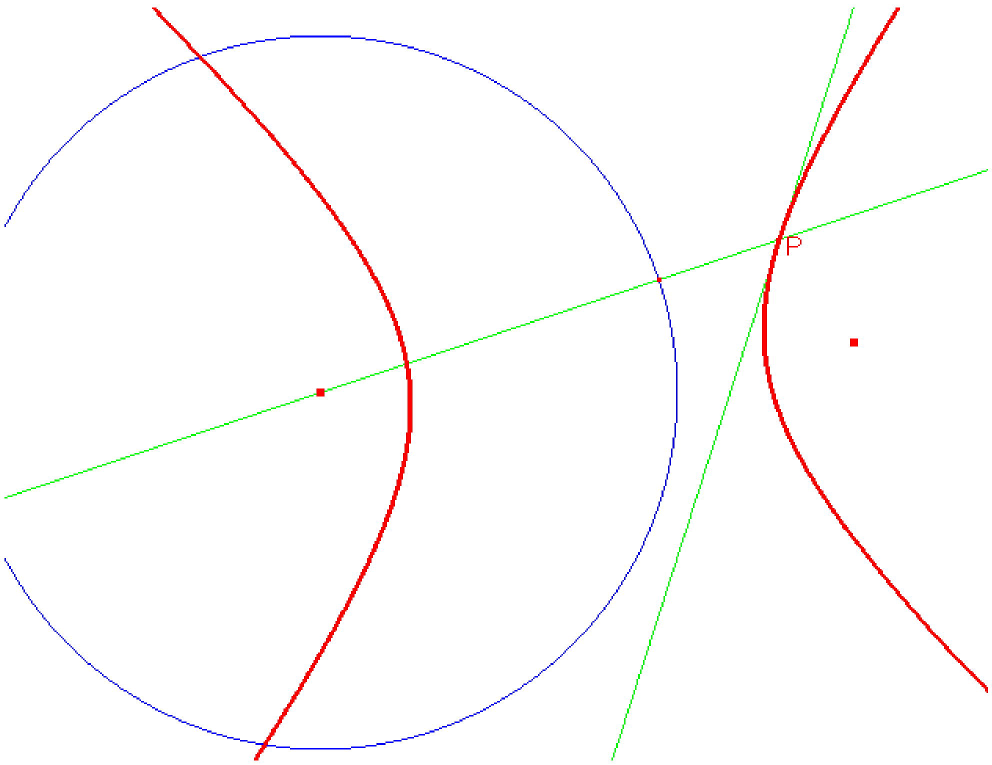


Quindi l'equazione di una delle due direttrici è **$x = -a^2/c$**, l'altra è **$x = a^2/c$**

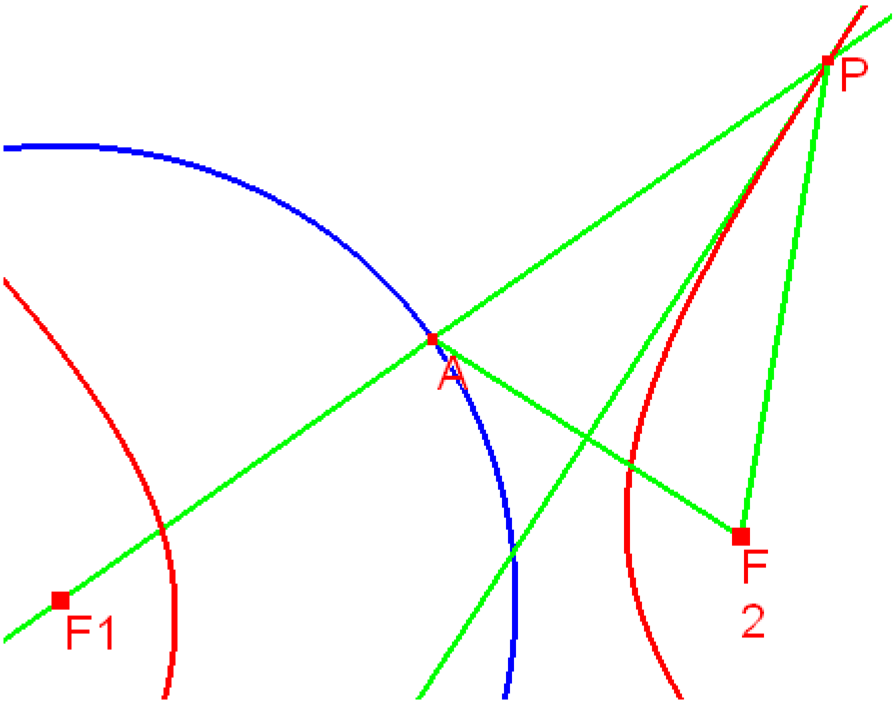
Anche la parabola (Non solo il segmento) ha eccentricità 1.

Per individuare la tangente prendiamo una retta passante per un dato punto P, facciamo il sistema con l'ellisse (O l'iperbole che sia) individuando come prima soluzione di x il punto di intersezione e, per individuare la p della tangente, mettere come seconda x di nuovo il valore del punto di intersezione (Se la retta è tangente avrà un solo punto di intersezione con l'ellisse/iperbole).

Iperbole

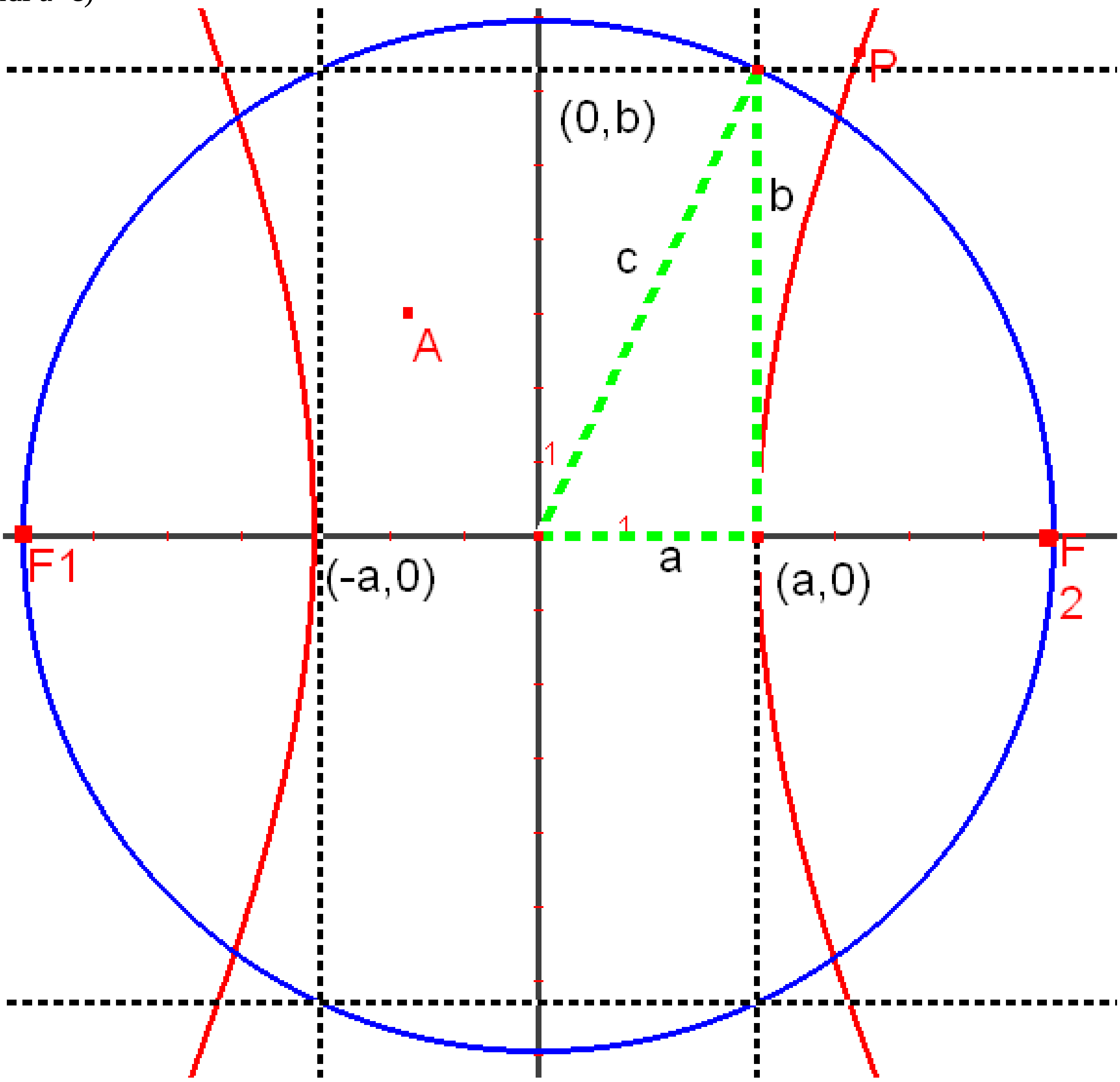


Costruzione di un'iperbole.
L'ellisse è il luogo geometrico dei punti la cui differenza della distanza da due punti detti fuochi (F1, F2) è costante (2a). A differenza dell'ellisse b non incontra l'asse delle y. L'equazione è $x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1$



Costruiamo gli Asintoti dell'iperbole, ossia le due rette (Passanti per il punto medio fra le due iperboli) che le contengono completamente e che, all'infinito, coincidono con l'iperbole.
In questo caso, a differenza dell'ellisse, abbiamo $c^2 = a^2 + b^2$ (Al posto di $c^2 = a^2 - b^2$)

Perché, a differenza dell'ellisse, nell'iperbole i vertici (a) hanno un valore minore dei fuochi (c) (Quindi a<c)



L'eccentricità è c/a e deve essere sempre maggiore di 1 (Nell'ellisse fra 0 e 1, nella parabola 1, nel cerchio 0)

Le coordinate delle direttrici sono:

$d_1 = a^2/c$

$d_2 = -a^2/c$

L'iperbole non è una funzione. Asindeto:

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$$

$$\frac{y^2}{b^2}=\frac{x^2}{a^2}-1$$

$$y^2=\frac{b^2\cdot x^2}{a^2}-b^2$$

$$\frac{b^2\cdot x^2}{a^2}\cdot\left(1-\frac{a^2}{x^2}\right)$$

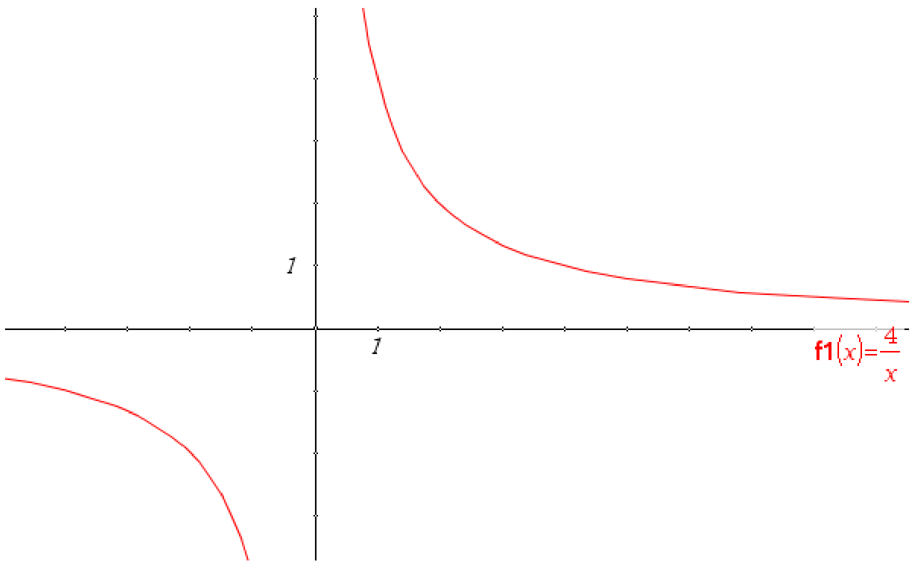
$$y=\frac{b\cdot x\cdot\sqrt{a^2\cdot x^2}}{a}$$

Allora y = +-b/a • x
Questa è l’equazione degli Asintoti, quindi all’aumentare di x (E al suo tendere all’infinito) l’Iperbole diventerà sempre più vicina, come valore, al proprio Asintoto.

Incontrano la curva solamente quelle rette che hanno una pendenza compresa fra i due Asintoti:
$-b/a < p < b/a$

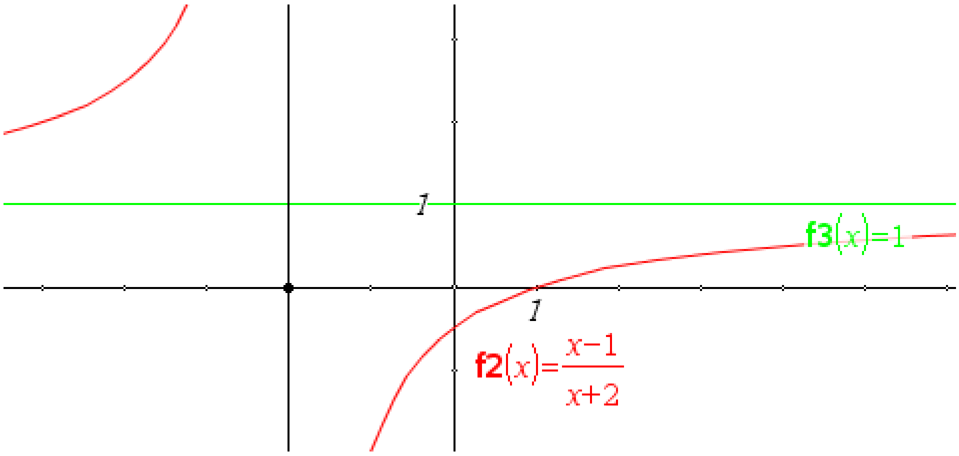
L’iperbole equilatera è quell’iperbole con gli Asintoti con pendenza 1 e -1, in questo caso l’iperbole ha equazione $x^2-y^2 = a^2$

Una sola iperbole è una funzione, quell’iperbole equilatera che si ottiene quando abbiamo una proporzionalità inversa e che ha gli Asintoti nell’asse delle x e delle y. In questo caso la funzione sarebbe y = k/x, con x ed y diversi da 0.



La scriviamo come xy = 1

Il punto d'incontro fra gli Asintoti è sempre il centro di simmetria.



Mediante una traslazione possiamo spostare il centro di simmetria (Ossia il punto d'Incontro degli Asintoti) nell'incontro degli assi, quindi otteniamo un'iperbole equilatera.

L'asintoto orizzontale è dato dal rapporto dei termini in x; ad esempio, nell'iperbole:
1x-1/1x+2 è il rapporto fra 1 e 1, quindi è y = 1

Riepilogo Coniche

Cerchio
$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$

Punti per determinare:
2

Eccentricità: **0**

Ellisse
$x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$

Punti per determinare:
5 (O i vertici)

Eccentricità: **0<e<1**

Parabola
$y = ax^2 + bx + c$

Punti per determinare:
3

Eccentricità: **1**

Iperbole
$x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1$

Punti per determinare:
5 (O i due punti di intersezioni con gli assi)

Eccentricità: **e>1**