Modelli differenziali (Problema 2)
Corso di LSMC, a.a. 2017-2018

Vittorio Meini

1 Esercizio 1

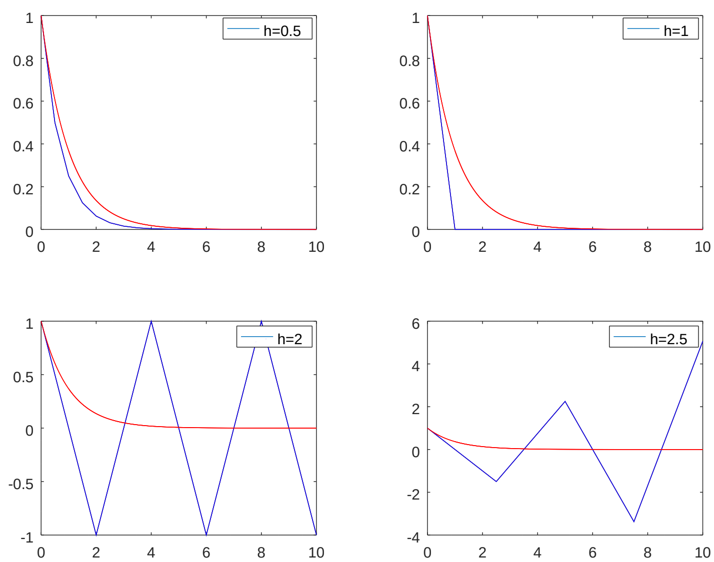
L'esercizio si risolve utilizzando il seguente script.

1.1 Lo script

```
h=[0.5,1,2,2.5];
odefun=@(x,y) -y;
slot=[0,10];
y0=1;
k=[0:1/200:10];
n=length(k);
for i=1:n
v(i)=exp(-k(i));
end
subplot(2,2,1)
[x,u]=eulero(odefun,slot,y0,h(1));
plot(x,u,'b')
hold on
plot(k,v,'r')
legend('h=0.5')
subplot(2,2,2)
[x,u]=eulero(odefun,slot,y0,h(2));
plot(x,u,'b')
hold on
plot(k,v,'r')
legend('h=1')
subplot(2,2,3)
[x,u]=eulero(odefun,slot,y0,h(3));
plot(x,u,'b')
hold on
plot(k,v,'r')
legend('h=2')
subplot(2,2,4)
[x,u]=eulero(odefun,slot,y0,h(4));
```

```
plot(x,u,'b')
hold on
plot(k,v,'r')
legend('h=2.5')
```

1.2 I grafici



2 Esercizio 2

L'esercizio richiede di scrivere la function `RK4.m` ed applicarla al problema dell'esercizio 1.

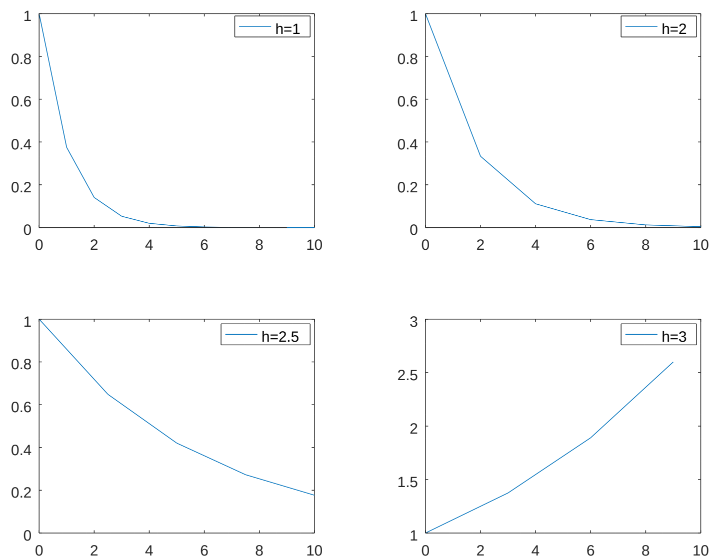
2.1 Gli script

```
function [x,u]=RK4(odefun,tspan,y0,h)
x=[tspan(1):h:tspan(2)];
n=length(x);
ord=length(y0);
u=zeros(ord,n);
u(:,1)=y0;
for i=2:n
f(:,1)=odefun(x(i-1),u(:,i-1));
f(:,2)=odefun(x(i-1)+h/2,u(:,i-1)+(h*f(:,1))/2);
f(:,3)=odefun(x(i-1)+h/2,u(:,i-1)+(h*f(:,2))/2);
f(:,4)=odefun(x(i-1)+h,u(:,i-1)+h*f(:,3));
u(:,i)=u(:,i-1)+(h/6)*(f(:,1)+2*f(:,2)+2*f(:,3)+f(:,4));
end
end
```

Lo script che realizza la sperimentazione è il seguente.

```
h=[1,2,2.5,3];
odefun=@(x,y) -y;
slot=[0,10];
y0=1;
subplot(2,2,1)
[x,u]=RK4(odefun,slot,y0,h(1));
plot(x,u)
legend('h=1')
subplot(2,2,2)
[x,u]=RK4(odefun,slot,y0,h(2));
plot(x,u)
legend('h=2')
subplot(2,2,3)
[x,u]=RK4(odefun,slot,y0,h(3));
plot(x,u)
legend('h=2.5')
subplot(2,2,4)
[x,u]=RK4(odefun,slot,y0,h(4));
plot(x,u)
legend('h=3')
```

2.2 Il grafico



Si nota che solo i casi $h = 1, 2$ forniscono un grafico simile a quello della soluzione, più il passo aumenta meno il grafico è accurato fino a non avere, nel caso $h = 3$, nessuna attinenza con la soluzione.

3 Esercizio 3

3.1 Gli script

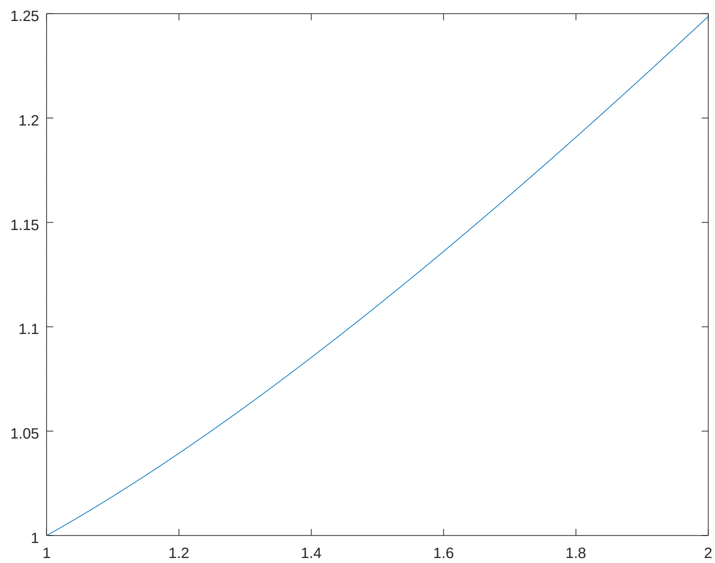
Per realizzare la sperimentazione è necessario modificare la funzione `RK4.m` come segue.

```
function [t,x,v]=RK4X2(odefun,tspan,t0,h)
t=[tspan(1):h:tspan(2)];
n=length(t)-1;
x(1)=t0(1);
v(1)=t0(2);
t(1)=tspan(1);
for i=1:n
fx1=v(i);
fv1=odefun(t(i),x(i),v(i));
fx2=v(i)+0.5*fv1;
fv2=odefun(t(i)+0.5*h,x(i)+0.5*fx1,v(i)+0.5*fv1);
fx3=v(i)+0.5*fv2;
fv3=odefun(t(i)+0.5*h,x(i)+0.5*fx1,v(i)+0.5*fv2);
fx4=v(i)+fv3;
fv4=odefun(t(i)+h,x(i)+fx3,v(i)+fv3);
x(i+1)=x(i)+h*(1/6)*(fx1+2*fx2+2*fx3+fx4);
v(i+1)=v(i)+h*(1/6)*(fv1+2*fv2+2*fv3+fv4);
end
end
```

Lo script che realizza la sperimentazione è il seguente

```
odefun=@(t,x,v) v*(-4*t-1)/(2*(t+1)) + ((2*t-1)/(4*t^2))*((3*x^3+x)/(1+x^2));
y0=[1,0];
tspan=[1,2];
h=0.01;
[z,y,w]=RK4X2(odefun,tspan,y0,h);
plot(z,y)
```

3.2 Il grafico



4 Esercizio 4

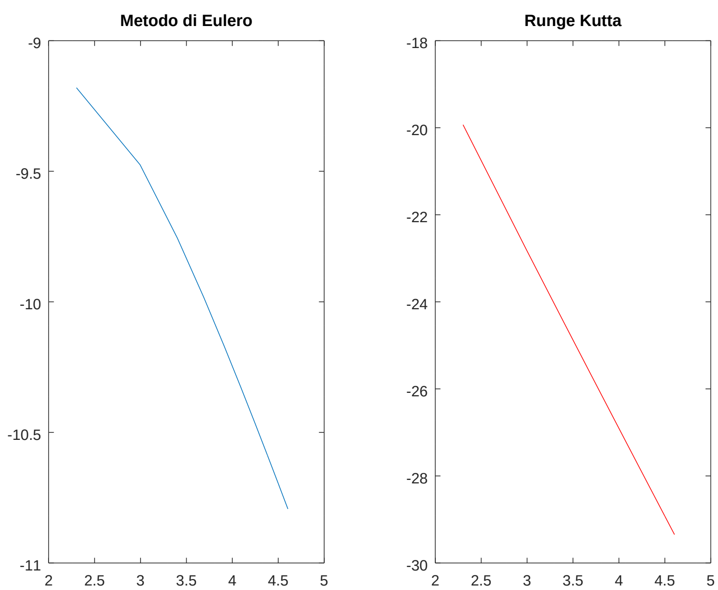
Lo script che realizza la sperimentazione è il seguente

4.1 Lo script

Lo script applica il modello riportato sopra con $\alpha = 0,0001$

```
odefun=@(t,y) -y-5*exp(-t)*sin(5*t);
f=@(t) exp(-t)*cos(5*t);
tspan=[0,5];
y0=1;
for k=1:10
h(k)=1/(10*k);
[x,u]=eulero(odefun,tspan,y0,h(k));
[y,v]=RK4(odefun,tspan,y0,h(k));
n=length(u);
m=length(v);
err_E(k)=abs(u(n)-f(5));
err_R(k)=abs(v(m)-f(5));
end
subplot(1,2,1);
plot(-log(h),log(err_E));
title('Metodo di Eulero')
subplot(1,2,2);
plot(-log(h),log(err_R),'r');
title('Runge Kutta')
```

4.2 Il grafico



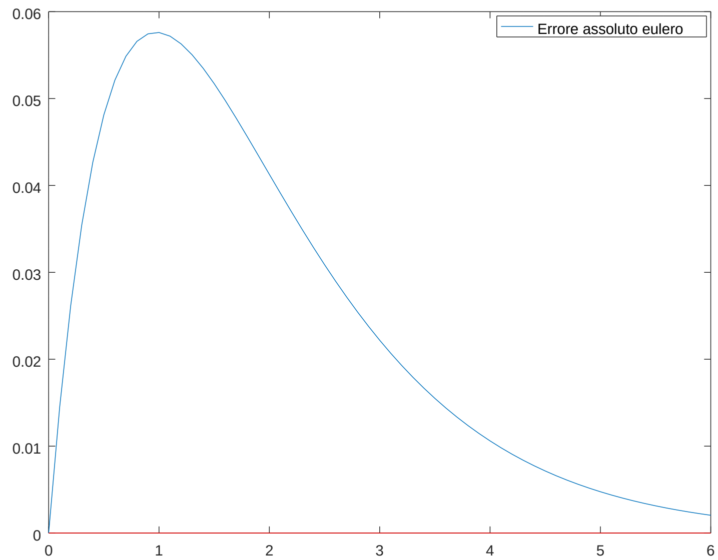
5 Esercizio 6

5.1 Lo script

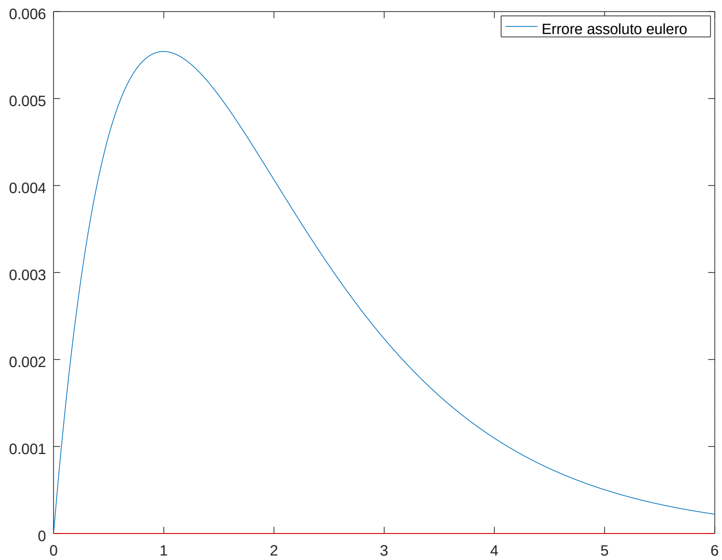
Lo script che realizza la sperimentazione è il seguente.

```
alfa=input('Scegliere il valore di alfa fra 1 e 100');
h=input('Scegliere il valore di h fra 0.1, 0.01 e 0.001');
l=input('Scegliere se mostrare i grafici relativi a errori (1)
 oppure passo di integrazione (2)');
odefun=@(x,y) -alfa*y+2*x;
f=@(x) (1+(2/(alfa^2)))*exp(-alfa*x)+(2/alfa)*x-(2/(alfa^2));
slot=[0,6];
y0=1;
[x,u]=eulero(odefun, slot, y0, h);
n=length(x);
Ass_E=abs(u'-f(x));
Rel_E=abs([0,((f(x(2:n))-f(x(1:n-1)))/h)]-odefun(x,f(x)));
[y,w]=ode45(odefun, slot, y0, odeset('RelTol',10^(-7)));
m=length(y);
Ass_o=abs(w-f(y));
passo=y(2:m)-y(1:m-1);
if l==1
figure
plot(x,Ass_E)
hold on
plot(y,Ass_o,'r')
legend('Errore assoluto eulero')
figure
plot(x,Rel_E)
legend('Errore relativo eulero')
end
if l==2
figure
plot(passo)
legend('Passo di integrazione')
end
```

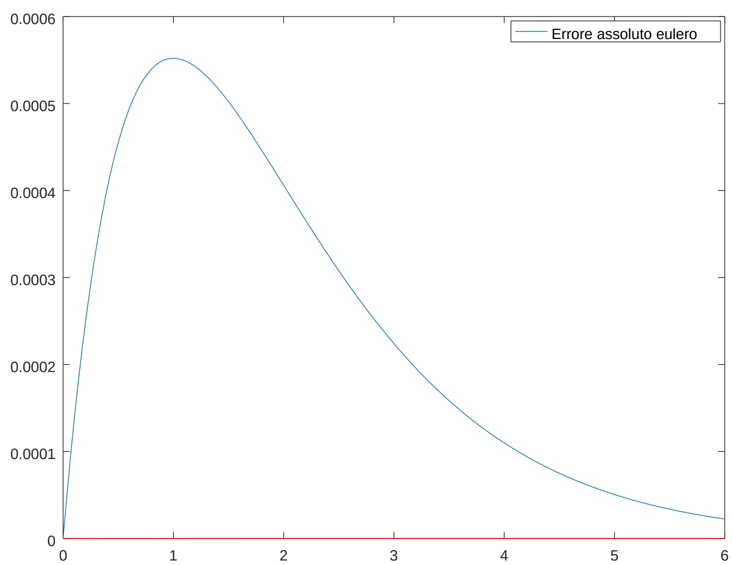
5.2 I grafici



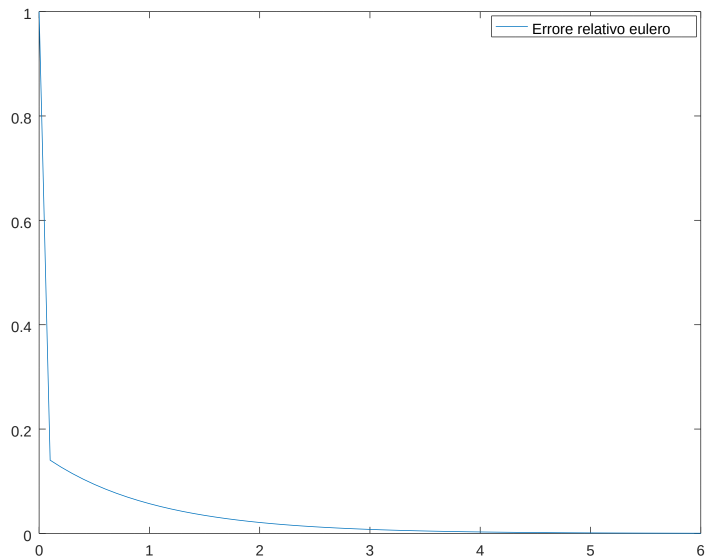
Errore assoluto nel caso in cui $\alpha = 1$ e $h = 0.1$, metodo di Eulero (blu) e ode45 (rosso).



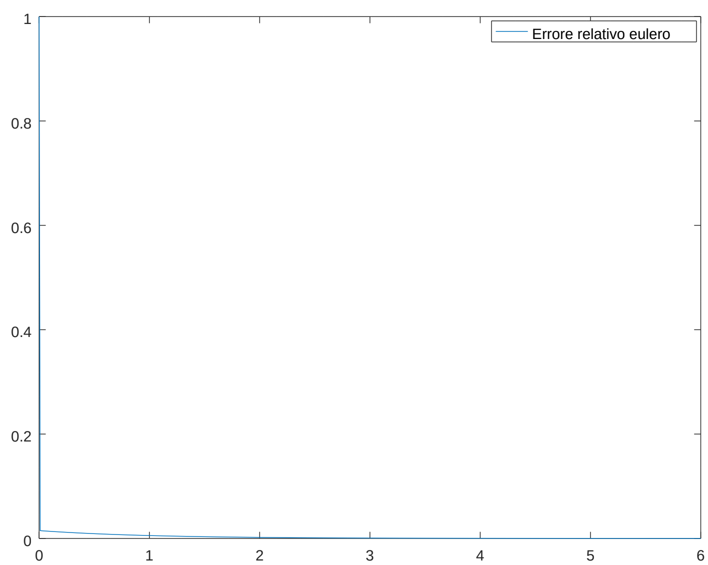
Errore assoluto nel caso in cui $\alpha = 1$ e $h = 0.01$, metodo di Eulero (blu) e ode45 (rosso).



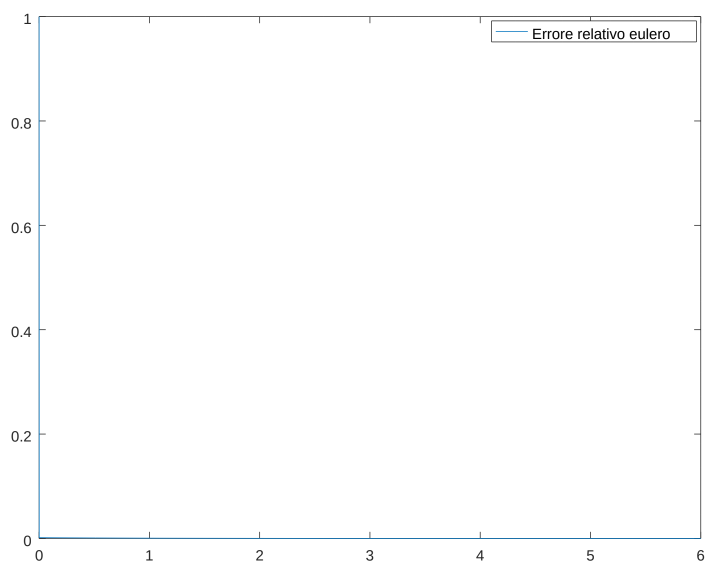
Errore assoluto nel caso in cui $\alpha = 1$ e $h = 0.001$, metodo di Eulero (blu) e ode45 (rosso).



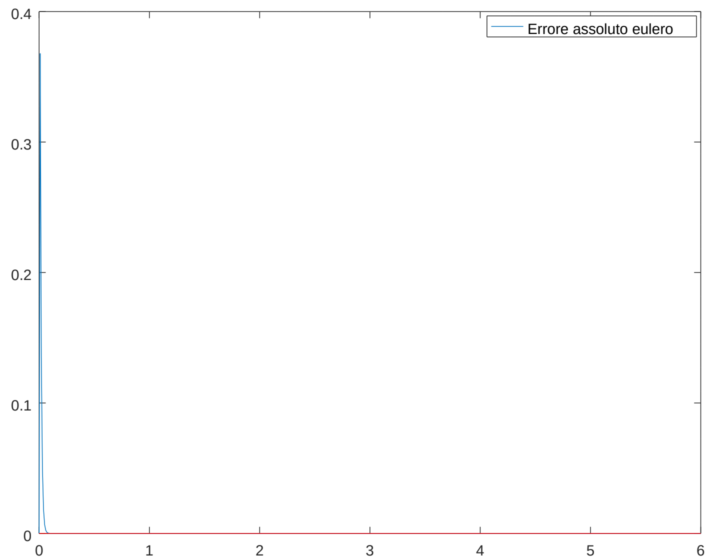
Errore relativo nel caso in cui $\alpha = 1$ e $h = 0.1$, metodo di Eulero (blu) e ode45 (rosso).



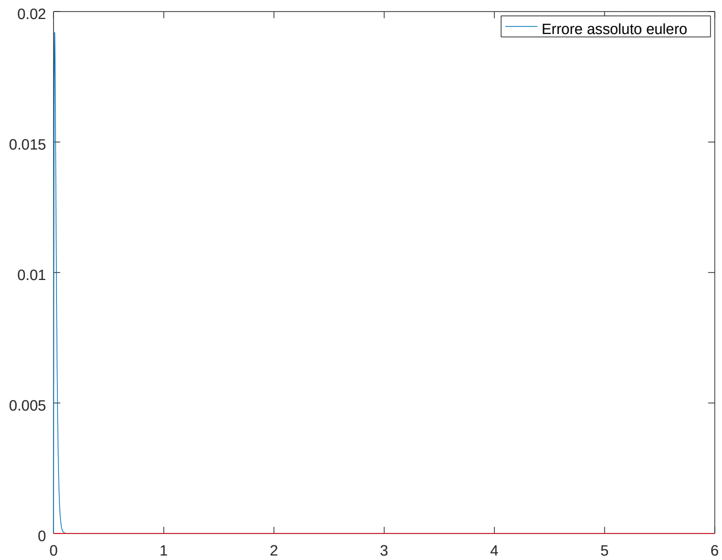
Errore relativo nel caso in cui $\alpha = 1$ e $h = 0.01$, metodo di Eulero (blu) e ode45 (rosso).



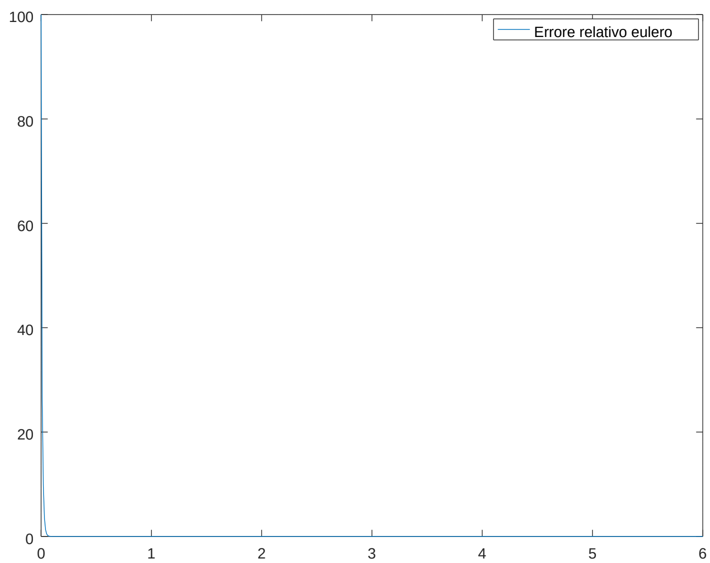
Errore relativo nel caso in cui $\alpha = 1$ e $h = 0.001$, metodo di Eulero (blu) e ode45 (rosso).



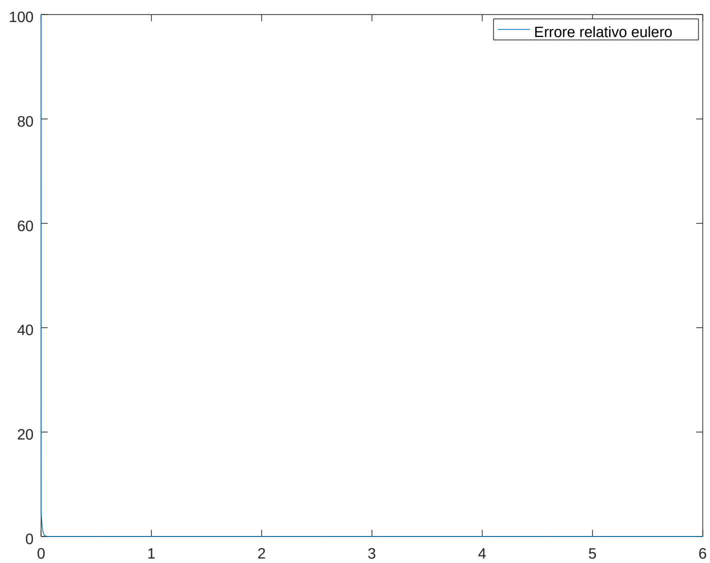
Errore assoluto nel caso in cui $\alpha = 100$ e $h = 0.01$, metodo di Eulero (blu) e ode45 (rosso).



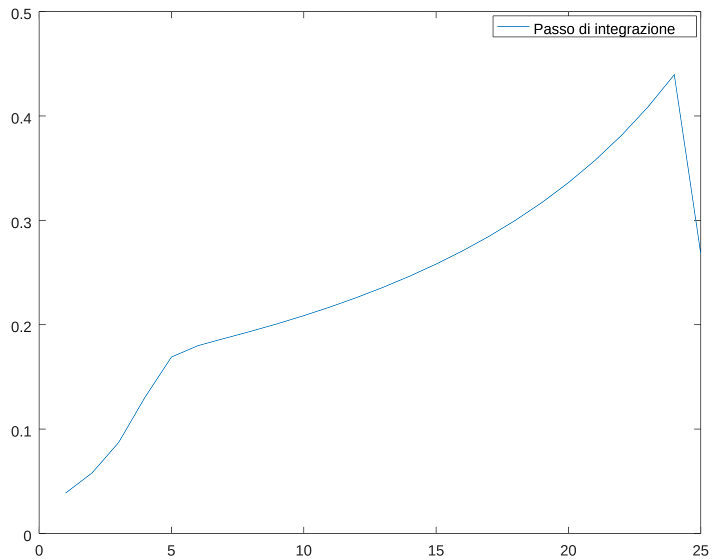
Errore assoluto nel caso in cui $\alpha = 100$ e $h = 0.001$, metodo di Eulero (blu) e ode45 (rosso).



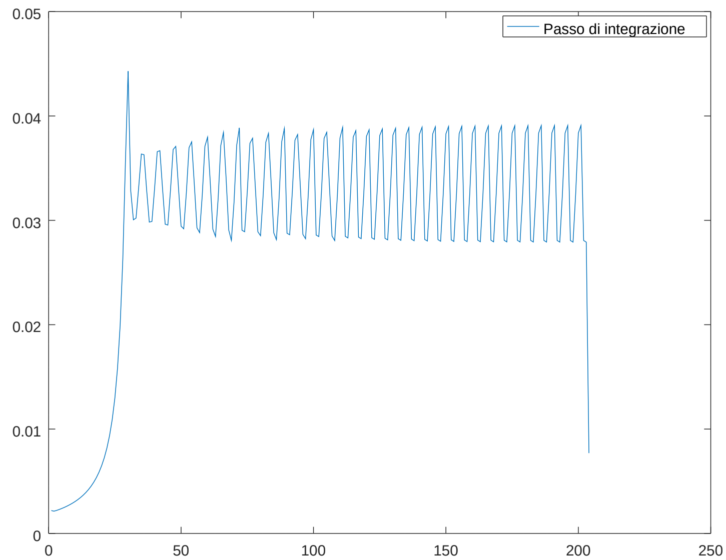
Errore relativo nel caso in cui $\alpha = 100$ e $h = 0.01$, metodo di Eulero (blu) e ode45 (rosso).



Errore relativo nel caso in cui $\alpha = 100$ e $h = 0.001$, metodo di Eulero (blu) e ode45 (rosso).



Passo di integrazione nel caso in cui $\alpha = 1$.



Passo di integrazione nel caso in cui $\alpha = 100$.

5.3 I commenti

Si nota che il metodo di Eulero presenta un errore molto più grande della funzione `ode45` e che il passo di integrazione ha un andamento oscillante nel caso $\alpha = 100$.
Infine si nota che lo script non funziona nel caso in cui $\alpha = 100$ e $h = 0.1$